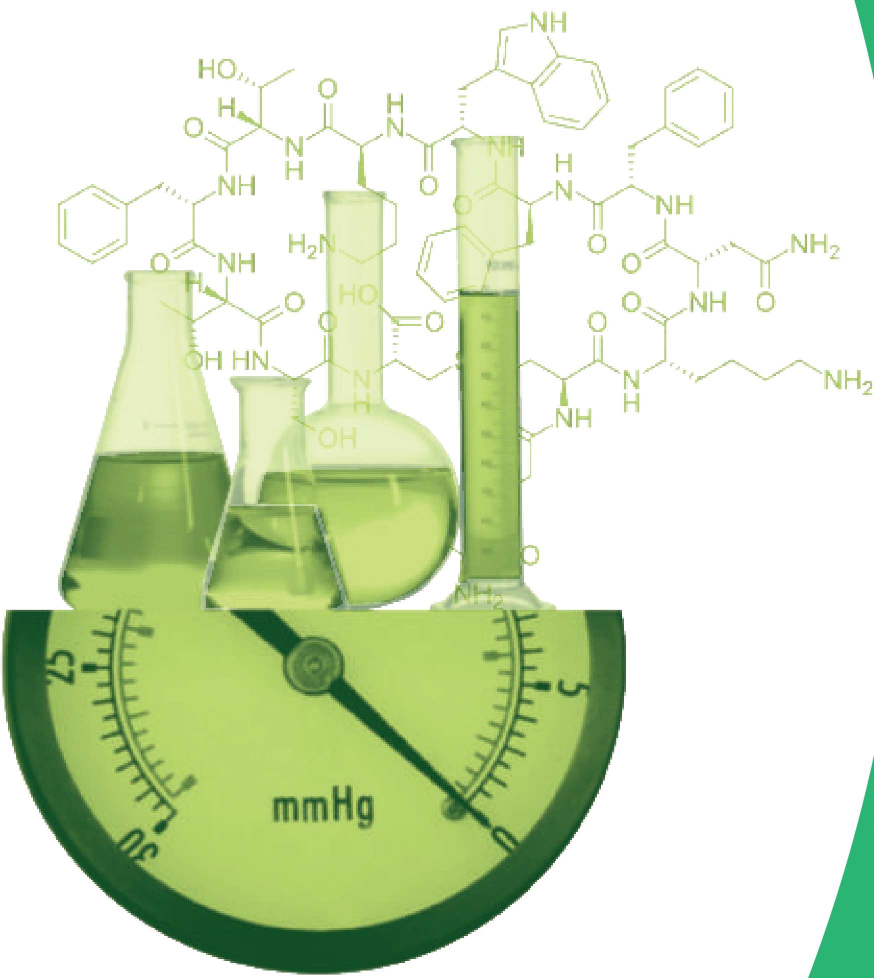
BIBLIOTECA DEL PROFESORADO

Física y Química

SOLUCIONARIO

1 BACHILLERATO



1654855

PROYECTO construyendo mundos

Santillana

BIBLIOTECA DEL PROFESORADO

Física y Química

1 BACHILLERATO

SOLUCIONARIO

Este material es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones de Santillana, bajo la dirección de **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración han participado:
Francisco Barradas Solas
Raúl M.ª Carreras Soriano
Laura Muñoz Ceballos
Ana Peña Vidal
Maribel Siles González
Beatriz Simón Alonso
Pedro Valera Arroyo
María del Carmen Vidal Fernández

EDICIÓN
Raúl M.ª Carreras Soriano

EDICIÓN EJECUTIVA
David Sánchez Gómez

DIRECCIÓN DEL PROYECTO
Antonio Brandi Fernández

PROYECTO
construyendo
mundos

Santillana

10

Las fuerzas

RECUERDO LO QUE SÉ

- **¿Hacia dónde está dirigido el peso de un objeto colocado sobre una mesa? ¿Y la fuerza normal que actúa sobre él?**

  La fuerza del peso siempre es vertical y se dirige hacia abajo.

  La fuerza normal que actúa sobre él es una fuerza de reacción de la superficie que soporta su peso, sieendo perpendicular (normal) a la superficie de contacto.

- **¿Por qué es más fácil arrastrar una gran roca si la colocamos en una plataforma con ruedas?**

  Porque las ruedas evitan el rozamiento del arrastre sobre la superficie.

- **¿Cómo actúa la fuerza de rozamiento cuando intentamos arrastrar un objeto?**

  Su dirección es paralela a la dirección del vector velocidad. Su sentido es en contra del sentido del vector velocidad.

- **¿Qué pasa cuando actúan varias fuerzas sobre un cuerpo? ¿Hacia dónde está dirigida la aceleración en este caso?**

  Ocurre como si el cuerpo recibiera la acción de una única fuerza, resultante de la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él.

  Si la suma vectorial de las fuerzas que actúan es distinta de cero, el cuerpo experimentará una aceleración. La aceleración tiene la dirección y el sentido del vector fuerza resultante.

INTERPRETO LA IMAGEN

- **Observa la imagen. ¿Qué fuerzas actúan sobre cada persona cuando están en los extremos de su recorrido con el columpio? ¿Y cuando están a mitad de recorrido?**

  La fuerza de su propio peso y la reacción de la tabla del asiento en el columpio. Esto ocurre tanto en el extremo del recorrido como en la mitad.

- **¿Qué fuerzas actúan sobre el columpio?**

  En la tabla del asiento del columpio actúan las fuerzas del peso de las personas y la tensión de la cadena.

- **¿En qué puntos del recorrido la cuerda o cadena soporta una mayor tensión? ¿Por qué?**

  En el punto medio. Pues en ese punto la tensión de la cadena debe compensar en dirección opuesta el peso de la persona que se columpia. Además, aporta la fuerza centrípeta en esa trayectoria circular.

ACTIVIDADES

1 Di qué frases son verdaderas:

a) Siempre que un objeto se mueve está actuando una fuerza neta sobre él.

b) Siempre que un objeto se mueve es porque no actúa ninguna fuerza sobre él.

c) Siempre que un objeto no se mueve o lo hace con velocidad constante es porque no hay una fuerza neta ejercida sobre él.

a) **Falsa.** Un objeto puede moverse incluso cuando no actúe ninguna fuerza sobre él, entonces lo hace con movimiento rectilíneo y uniforme ($\Delta\vec{v}$ = constante).

b) **Falsa.** Hay ejemplos que lo contradicen, como la caída libre.

c) **Verdadera.** Pero debemos precisar añadiendo el concepto de vector. Si un objeto no se mueve o lo hace con vector velocidad constante (no basta el módulo constante).

2 Una fuerza de 200 N actúa sobre una caja llena con 50 kg de naranjas durante 5 s. Suponiendo que parte del reposo:

a) Calcula el valor de la aceleración.

b) ¿Cuál es la distancia recorrida en esos 5 s?

a) Conocidas la masa y la fuerza, podemos averiguar el valor de la aceleración:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{200\ \text{N}}{50\ \text{kg}} = \mathbf{4\ m/s^2}$$

b) Usamo la ecuación del MRUA para calcular la distancia recorrida durante esos 5 s. Según el apartado anterior la aceleración es $a = 4\ \text{m/s}^2$, entonces:

$$\Delta s_{\text{durante 5 s}} = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 4\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (5\ \cancel{\text{s}})^2 = \mathbf{50\ m}$$

3 La Tierra, cuya masa es de $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, ejerce una fuerza (peso) de 588 N sobre una persona de 60 kg situada en su superficie. Según la tercera ley de Newton, la persona atrae a nuestro planeta con una fuerza opuesta del mismo módulo.

a) Con estos datos y la segunda ley, calcula las aceleraciones respectivas de la Tierra y la persona, a_T y a_p.

b) ¿Por qué no se anulan las fuerzas ejercidas si tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos?

a) La fuerza que ejerce la Tierra sobre la persona es el peso, $\vec{P} = m_p \cdot a_p = 588$ N, y la fuerza que ejerce la persona sobre la Tierra es igual y opuesta, $-\vec{P}$. Despejamos la aceleración y sustituimos los datos:

$$a_T = \frac{P}{M_T} = \frac{588\ \text{N}}{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}} = \mathbf{9{,}8 \cdot 10^{-23}\ m/s^2}$$

$$a_p = \frac{P}{M_p} = \frac{588\ \text{N}}{60\ \text{kg}} = \mathbf{9{,}8\ m/s^2}$$

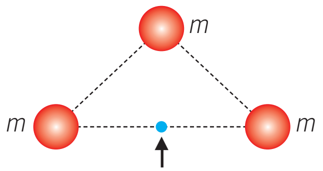
b) La fuerza de la Tierra sobre la persona, $\vec{F}_{TP} = \vec{P}$, y la de la persona sobre la Tierra, $\vec{F}_{PT} = -\vec{P}$, no se pueden sumar o, mejor dicho, no tiene sentido sumarlas, puesto que no están aplicadas sobre el mismo cuerpo. Lo mismo ocurre con todas las parejas de fuerzas de la tercera ley de Newton, que actúan sobre cada uno de los dos cuerpos que participan en la interacción.

4 Ordena de menor a mayor intensidad las cuatro interacciones fundamentales.

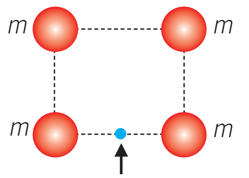
interacción gravitatoria < interacción electromagnética < interacción nuclear débil < Interacción nuclear fuerte

5 Indica hacia dónde estará dirigida la fuerza gravitatoria que sufre la masa señalada con la flecha.

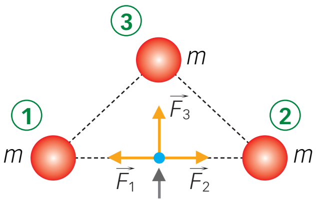
a)



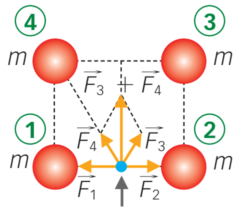
b)



a) $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ se anulan. La fuerza resultante viene representada por $\vec{F}_3$.



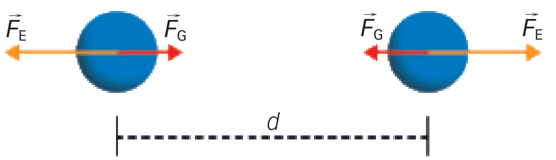
b) $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ se anulan. La fuerza resultante es la suma de $\vec{F}_3$ y $\vec{F}_4$.



Como $\vec{F}_3$ y $\vec{F}_4$ son iguales y forman el mismo ángulo (α) con el eje Y, la resultante de la suma de $\vec{F}_3$ y $\vec{F}_4$ va dirigida a lo largo del eje Y.

6 Calcula la fuerza de atracción gravitatoria entre dos electrones y compárala con la fuerza eléctrica de repulsión entre ambos. ¿Cuál es mayor?

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $k = 8{,}99 \cdot 10^9$ N · m²/C²; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².



Aplicamos la ley de la gravitación universal y la ley de Coulomb:

$$F_G = G \cdot \frac{m_e \cdot m_e}{d^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{\cancel{kg^2}} \cdot \frac{(9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \cancel{kg})^2}{d^2} = \frac{5{,}523 \cdot 10^{-71}}{d^2} N \cdot m^2$$

$$F_E = k \cdot \frac{m_e \cdot m_e}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{\cancel{C^2}} \cdot \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \cancel{C})^2}{d^2} = \frac{2{,}304 \cdot 10^{-28}}{d^2} N \cdot m^2$$

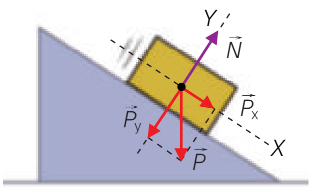
Comparando ambas:

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{\dfrac{2{,}304 \cdot 10^{-28}}{\cancel{d^2}} \cancel{N \cdot m^2}}{\dfrac{5{,}523 \cdot 10^{-71}}{\cancel{d^2}} \cancel{N \cdot m^2}} = 4{,}17 \cdot 10^{42} \Rightarrow F_E = \mathbf{4{,}2 \cdot 10^{42}} \cdot F_G$$

La fuerza eléctrica es mayor.

7 Siguiendo el ejemplo resuelto número 4, calcula el valor de la fuerza resultante si el bloque tiene una masa de 5 kg. La inclinación del plano es de 35°. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

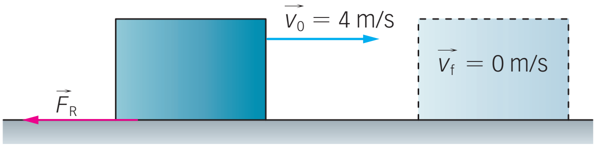
Sustituimos los datos en la expresión obtenida en el ejemplo resuelto 4 para el caso de una masa de 5 kg y una inclinación del plano de 35º:



$$\vec{F}_T = m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha\,\vec{i} = 5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot \text{sen}\,35°\,\vec{i} = \mathbf{28{,}11\,\vec{i}\,N}$$

8 Un cuerpo de masa 2 kg que desliza sobre un plano horizontal con una velocidad de 4 m/s termina parándose por efecto de la fuerza de rozamiento. Calcula el valor de dicha fuerza si se detiene en 5 s.

Es un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado:



Calculamos la aceleración de frenado:

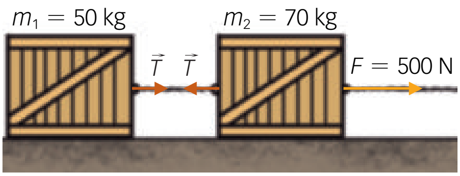
$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{0\,\text{m/s} - 4\,\text{m/s}}{5\,\text{s}} = -0{,}8\,\text{m/s}^2$$

Como la única fuerza que interviene es F_R, la calculamos:

$$F_R = m \cdot a = 2\,\text{kg} \cdot (-0{,}8\,\text{m/s}^2) = -\mathbf{1{,}6\,N}$$

El signo negativo indica que el vector fuerza tiene sentido opuesto al del vector velocidad.

9 Un par de bloques, $m_1 = 50$ kg y $m_2 = 70$ kg, enlazados con una cuerda son arrastrados hacia la derecha por la acción de una fuerza $F = 500$ N (ver figura). Determina la aceleración del conjunto y la tensión de la cuerda.



El sistema se mueve con todos los elementos solidarios, así que lo tratamos como si fuera un solo cuerpo de masa:

$$M = m_1 + m_2 = 120 \text{ kg}$$

Aplicamos la segunda ley de la dinámica: $\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a}$.

Al ser un movimiento unidimensional, prescindimos del carácter vectorial y calculamos la aceleración:

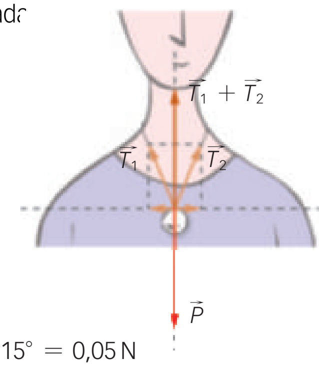
$$F = M \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{M} = \frac{500 \text{ N}}{120 \text{ kg}} = \mathbf{4{,}1\widehat{6}\ m/s^2}$$

Para calcular la tensión aplicamos ahora la segunda ley de la dinámica a uno de los bloques. En el bloque 1 solo interviene una fuerza, T:

$$T = m_1 \cdot a = 50 \text{ kg} \cdot 4{,}1\widehat{6} \text{ m/s}^2 = \mathbf{208{,}\widehat{3}\ N}$$

10 Dibuja las fuerzas que actúan sobre una medalla. El valor del peso del colgante es 0,05 N. Calcula la tensión en la cadena si el ángulo formado a ambos lados del colgante es de 30°.

No se tiene en cuenta la posibilidad de que la medalla esté apoyada sobre el pecho, lo que introduciría una fuerza más y modificaría las tensiones. $\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$ son las tensiones de las cadena. $\vec{P} = 0{,}05 \text{ N}\, \vec{j}$ es el peso del colgante.



Como la medalla está en equilibrio: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{P}$.

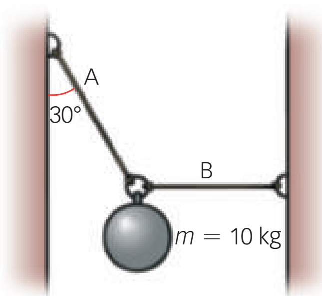
$$\vec{T}_1 = -T_1 \cdot \text{sen}\, 15° \,\vec{i} + T_1 \cdot \cos 15° \,\vec{j}$$
$$\vec{T}_2 = T_2 \cdot \text{sen}\, 15° \,\vec{i} + T_2 \cdot \cos 15° \,\vec{j}$$

Teniendo en cuenta que $T_1 = T_2$ y el equilibrio en el eje Y:

$$T_1 \cdot \cos 15° + T_2 \cdot \cos 15° = 0{,}05 \text{ N} \Rightarrow T_1 \cdot \cos 15° + T_1 \cdot \cos 15° = 0{,}05 \text{ N}$$

$$2 \cdot T_1 \cdot \cos 15° = 0{,}05 \text{ N} \Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{0{,}05 \text{ N}}{2 \cdot \cos 15°} = \mathbf{0{,}026\ N}$$

11 Una bola de 10 kg está suspendida por dos cuerdas ancladas cada una a una pared, tal como se muestra en la figura. La cuerda A está tensa formando un ángulo de 30° con la vertical. La cuerda B se mantiene tensa en horizontal. Encuentra las tensiones en las cuerdas A y B. Dato: $g = 9{,}8$ m/s².



El peso de la bola es:

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = 10 \text{ kg} \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2 \,\vec{j}) = -98\,\vec{j} \text{ N}$$

Las fuerzas de tensión de cada cuerda son:

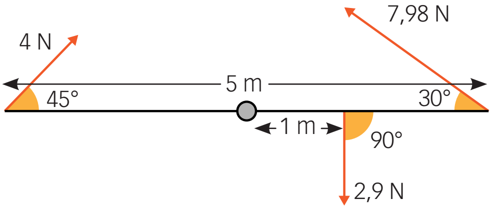
$$\vec{T}_A = -T_A \cdot \text{sen}\,30°\,\vec{i} + T_A \cdot \cos 30°\,\vec{j}$$
$$\vec{T}_B = T_B\,\vec{i}$$

Al haber equilibrio, la suma de todas las fuerzas debe ser cero. Esto hace que las fuerzas se anulen componente a componente. Planteamos una ecuación en cada componente y un sistema de ecuaciones que permita resolver el valor de las tensiones.

$$\vec{P} + \vec{T}_A + \vec{T}_B = 0 \Rightarrow \begin{cases} -T_A \cdot \text{sen}\,30° + T_B = 0 \\ -98 + T_A \cdot \cos 30° = 0 \end{cases}$$

El resultado se consigue aplicando alguno de los métodos conocidos de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. La solución es T_A = **113,2N**; T_B = **56,6 N**.

12 Determina si la barra de la figura, de 5 m de longitud y que gira sobre su punto central, cumple cada condición de equilibrio.



Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio se tienen que cumplir dos condiciones:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \text{ y } \Sigma M = 0$$

Analizamos la primera condición.

Para ello, descomponemos las fuerzas en sus componentes. Primero en el eje X:

$$F_{1x} - F_{3x} \simeq 4\,\text{N} \cdot \cos 45° - 8\,\text{N} \cdot \cos 30° = 2\sqrt{2}\,\text{N} - 4\sqrt{3}\,\text{N} \neq 0$$

Vemos que la primera componente no es nula. La fuerza no será cero. No es necesario conocer el valor de la segunda componente.

La barra **no cumple la primera condición de equilibrio**.

Analizamos la segunda condición.

Si calculamos los momentos teniendo en cuenta que el signo se determina según el sentido de giro que provoca la fuerza:

- $M_1 = -r_1 \cdot F_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = -2{,}5\,\text{m} \cdot 4\,\text{N} \cdot \text{sen}\,45° = -5\sqrt{2}\,\text{N} \cdot \text{m}$
- $M_2 = -r_2 \cdot F_2 \cdot \text{sen}\,\beta = -1\,\text{m} \cdot 2{,}93\,\text{N} \cdot \text{sen}\,90° = -2{,}93\,\text{N} \cdot \text{m}$
- $M_3 = +r_3 \cdot F_3 \cdot \text{sen}\,\gamma = +2{,}5\,\text{m} \cdot 8\,\text{N} \cdot \text{sen}\,30° = 10\,\text{N} \cdot \text{m}$

$$\Sigma M = M_1 + M_2 + M_3 = -5\sqrt{2}\,\text{N} \cdot \text{m} - 2{,}93\,\text{N} \cdot \text{m} + 10\,\text{N} \cdot \text{m} = 0$$

La barra **sí cumple la segunda condición de equilibrio.**

Observa que la barra se desplazaría, ya que el sumatorio de fuerzas en el eje horizontal no es nulo, pero no giraría, pues el sumatorio de los momentos es nulo.

13 **El airbag de los automóviles es una bolsa que se hincha cuando el módulo de la aceleración supera cierto valor. Lo que consigue el airbag es retener la cabeza de la persona durante la colisión.**

a) ¿Qué efecto produce sobre el valor de la fuerza y el cambio de velocidad un airbag que multiplica por 100 la duración del choque?

b) ¿Sirven los cinturones de seguridad para un propósito similar al de los airbag? Explícalo.

a) El airbag no modifica Δv, la variación de velocidad, sino que alarga el tiempo en el que esta variación tiene lugar y, consiguientemente, reduce la fuerza. Así:

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (suponiendo una fuerza constante)}$$

Al aumentar Δt en un factor 100 manteniendo constantes los demás factores, F disminuye en un factor 100.

b) Un cinturón de seguridad hace lo mismo que un airbag; prolonga el tiempo Δt en el que se produce Δv, disminuyendo F en el mismo factor.

14 **Una tenista que saca a 180 km/h golpea la pelota durante 15 milésimas de segundo en el momento del saque.**

a) Calcula la fuerza ejercida por la tenista sabiendo que la masa de la pelota es de 58 g.

b) ¿Cuál es la aceleración media de la pelota durante el impacto?

a) Suponiendo una fuerza constante (al menos aproximadamente):

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}058\ \text{kg} \cdot \frac{50\ \text{m/s}}{0{,}015\ \text{s}} = \mathbf{193\ N}$$

b) La aceleración media es:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50\ \text{m/s}}{0{,}015\ \text{s}} = \mathbf{3333\ m/s^2}$$

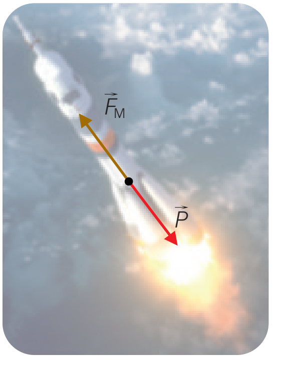
15 **Al despegar un cohete de 2300 t, sus motores desarrollan una fuerza de $3 \cdot 10^7$ N.**

a) Elabora un esquema incluyendo las fuerzas que intervienen.

b) Calcula la fuerza total que actúa sobre el cohete en el despegue.

c) Calcula la aceleración en el momento del despegue.

a) Si ignoramos el rozamiento con el aire, las únicas fuerzas que actúan sobre la lanzadera son el peso, $\vec{P}$, y la fuerza ejercida por los motores, $\vec{F}_M$. Desde luego, para que despegue debe ser $|\vec{F}_M| > |\vec{P}|$.



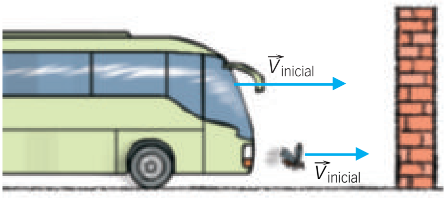
b) $\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_M + \vec{P}$. Como ambos vectores tienen igual dirección y sentidos opuestos, el módulo es $F_{\text{Total}} = F_M - P$, pero:

$$P = m \cdot g = 2300 \text{ t} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 2{,}3 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 2{,}254 \cdot 10^7 \text{ N}$$
$$F_{\text{Total}} = F_M - P = 3 \cdot 10^7 \text{ N} - 2{,}254 \cdot 10^7 \text{ N} = \mathbf{7{,}46 \cdot 10^6 \text{ N}}$$

c) La aceleración en el despegue es:

$$a = \frac{F_{\text{Total}}}{M} = \frac{7{,}46 \cdot \cancel{10^6} \text{ N}}{2{,}3 \cdot \cancel{10^6} \text{ kg}} = \mathbf{3{,}24 \text{ m/s}^2}$$

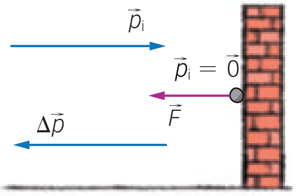
16 Un autobús y un mosquito chocan contra una pared y se detienen en una décima de segundo.



a) Dibuja en tu cuaderno cualitativamente los vectores $\vec{p}$ inicial y final, así como su variación $\Delta\vec{p}$ y, a partir de ella, la fuerza $\vec{F}$.

b) Deduce una fórmula para el módulo de la fuerza que actúa durante el choque sobre el mosquito y sobre el autobús.

a) Se representa únicamente el choque de uno de los cuerpos, pues la diferencia está solo en la escala.



$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \vec{0} - \vec{p}_i = -\vec{p}_i$$

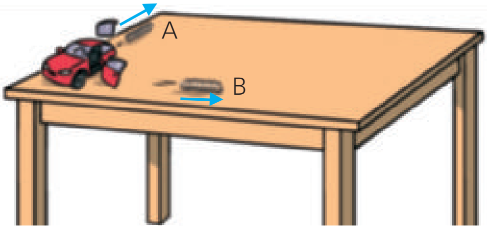
Si $\vec{F}$ es constante:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = -\frac{\vec{p}_i}{\Delta t}$$

b) Como es un problema esencialmente unidimensional, podemos trabajar solo con el módulo. Llamando Δt a la duración del choque y p_i al momento lineal inicial antes del choque:

$$F = \frac{p_i}{\Delta t} = \frac{m \cdot v_i}{\Delta t}$$

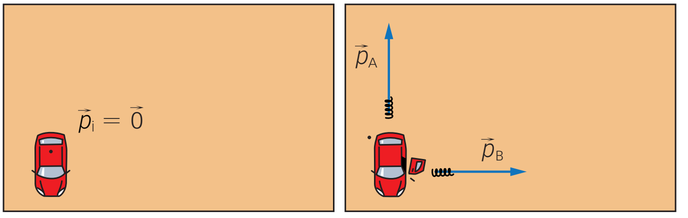
17 Un juguete formado por un chasis y cuatro piezas a base de muelles está sobre una mesa donde reposa tras montarlo (mal, de modo que los resortes pueden saltar en cualquier momento). Poco tiempo después, dos piezas situadas en los puntos A y B se mueven según indican las flechas azules de la figura, mientras que el chasis del juguete sigue quieto.



a) ¿Es posible que no haya más piezas? ¿Por qué?

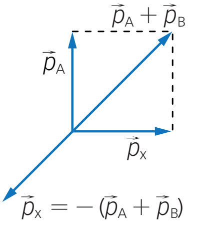
b) Si crees que hay más piezas, ¿dónde las buscarías? Concreta la respuesta anterior para el caso de que las dos piezas tengan la misma masa y hayan viajado la misma distancia por la mesa.

a) Se tiene que conservar el momento lineal total, que tiene que ser el mismo antes y después de lo que le sucede al juguete. Veamos cuál es el balance observable directamente.



Aunque no conocemos los módulos de $\vec{p}_A$ y $\vec{p}_B$ es imposible que su suma sea cero, ya que no comparten dirección, su suma vectorial no es nula. Por tanto, **habrá necesariamente más piezas**, para que el momento lineal en conjunto sea nulo.

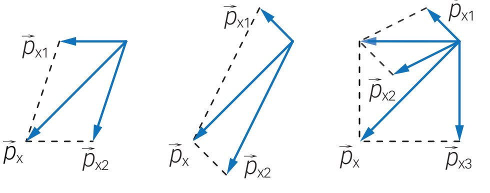
b) Puesto que $\vec{p}_A + \vec{p}_B$ apunta hacia el interior de la mesa, el momento lineal que falta, $\vec{p}_x$, debe ser opuesto a esa suma. Habrá que buscar si se han caído en el suelo, a cierta distancia de la esquina donde estaba el juguete.



Sabemos algo más de las piezas A y ,B como que $m_A = m_B$, y podemos suponer que $p_A = p_B$. Tras la rotura del juguete se cumplirá que $\vec{p}_A + \vec{p}_B + \vec{p}_x = \vec{0}$.

Geométricamente (ver figura), si solo se nos ha escapado una pieza, habrá que buscarla en el suelo en la dirección y el sentido que marca $\vec{p}_x$.

Si faltan dos o más piezas, no podremos ser tan concretos, pues hay muchas posibilidades. Mostramos tres de ellas en la figura que sigue.



Este método lo utilizan los físicos de partículas para identificar partículas invisibles en sus detectores.

18 El curio-243 se sintetiza a partir del plutonio-239, usado como diana para proyectiles de helio-4. Si un átomo de plutonio inicialmente en reposo recibe el impacto de un átomo de helio con una velocidad de $5 \cdot 10^6$ m/s, ¿qué velocidad tendrá el átomo de curio? Datos: $M(^4_2\text{He}) = 4{,}003\ \text{u}$; $M(^{239}_{96}\text{Pu}) = 239{,}055\ \text{u}$; $M(^{243}_{96}\text{Cm}) = 243{,}058\ \text{u}$.

En primer lugar pasamos las masas a unidades del sistema internacional:

$$m_{He} = 4{,}003\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} = 6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

$$m_{Cm} = 243{,}058\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} = 4{,}035 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$$

Al ser un movimiento unidimensional, prescindimos del carácter vectorial:

$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}}$$
$$p_{\text{He}} + p_{\text{Pu}} = p_{\text{Cm}}$$
$$m_{\text{He}} \cdot v_{\text{He}} + m_{\text{Pu}} \cdot v_{\text{Pu}} = m_{\text{Cm}} \cdot v_{\text{Cm}}$$

Despejamos la velocidad pedida y sustituimos los datos:

$$v_{\text{Cm}} = \frac{m_{\text{He}} \cdot v_{\text{He}} + m_{\text{Pu}} \cdot v_{\text{Pu}}}{m_{\text{Cm}}} = \frac{6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \cancel{\text{kg}} \cdot 5 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}{4{,}035 \cdot 10^{-25}\ \cancel{\text{kg}}} = \mathbf{8{,}2 \cdot 10^{4}\ m/s}$$

19 **El radón-220 tiene un núcleo inestable que se desintegra emitiendo un núcleo de helio-4 a 1,75 · 10^7 m/s y deja un átomo de polonio-216. Si el radón estaba inicialmente en reposo, ¿qué velocidad tendrá el átomo de polonio? (Se supone que no hay otros intercambios de energía). Datos: $M(^{4}_{2}\text{He}) = 4{,}003$ u; $M(^{216}_{84}\text{Po}) = 216{,}051$ u.**

En primer lugar pasamos las masas a unidades del sistema internacional:

$$m_{\text{He}} = 4{,}003\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} = 6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$
$$m_{\text{Po}} = 216{,}051\ \cancel{\text{u}} \cdot \frac{1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{u}}} = 3{,}586 \cdot 10^{-25}\ \text{kg}$$

Prescindimos del carácter vectorial. El momento lineal es el mismo al principio y al final:

$$p_{\text{inicial}} = p_{\text{final}}$$
$$p_{\text{Rn}} = p_{\text{Po}} + p_{\text{He}}$$
$$m_{\text{Rn}} \cdot v_{\text{Rn}} = m_{\text{Po}} \cdot v_{\text{Po}} + m_{\text{He}} \cdot v_{\text{He}}$$

Despejamos la velocidad pedida y sustituimos los datos:

$$v_{\text{Po}} = \frac{-m_{\text{He}} \cdot v_{\text{He}}}{m_{\text{Po}}} = \frac{-6{,}645 \cdot 10^{-27}\ \cancel{\text{kg}} \cdot 1{,}75 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}}{3{,}586 \cdot 10^{-25}\ \cancel{\text{kg}}} = \mathbf{-3{,}24 \cdot 10^{5}\ m/s}$$

20 **Un objeto con $m_A = 5$ kg y velocidad $\vec{v}_A = 5\,\vec{i} - 6\,\vec{j}$ m/s colisiona con otro objeto con m_B y velocidad $\vec{v}_B = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ m/s. Al separarse resulta que:**

- **$\vec{v}\,'_A = 2{,}2\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$ m/s.**
- **$\vec{v}\,'_B = 10\,\vec{i} + v'_{B,Y}\,\vec{j}$ m/s.**

Calcula m_B y $v'_{B,Y}$.

Al ser un choque elástico, se conserva la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$
$$(\vec{p}_{m_A} + \vec{p}_{m_B})_{\text{inicial}} = (\vec{p}\,'_{m_A} + \vec{p}\,'_{m_B})_{\text{final}}$$
$$m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \cdot \vec{v}_B = m_A \cdot \vec{v}\,'_A + m_B \cdot \vec{v}\,'_B$$

La expresión vectorial anterior ha de cumplirse en cada componente:

$$\begin{cases} m_A \cdot v_{A,x} + m_B \cdot v_{B,x} = m_A \cdot v'_{A,x} + m_B \cdot v'_{B,x} \\ m_A \cdot v_{A,y} + m_B \cdot v_{B,y} = m_A \cdot v'_{A,y} + m_B \cdot v'_{B,y} \end{cases}$$

Sustituimos los datos conocidos:

$$\begin{cases} 5\ \text{kg} \cdot (5\ \text{m/s}) + m_B \cdot (3\ \text{m/s}) = 5\ \text{kg} \cdot (2{,}2\ \text{m/s}) + m_B \cdot (10\ \text{m/s}) \\ 5\ \text{kg} \cdot (-6\ \text{m/s}) + m_B \cdot (4\ \text{m/s}) = 5\ \text{kg} \cdot (2\ \text{m/s}) + m_B \cdot v'_{B,y} \end{cases}$$

Agrupamos y resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 14 = 7 \cdot m_B \\ -40 = (v'_{B,y} - 4) \cdot m_B \end{cases}$$

De la primera ecuación se resuelve la primera incógnita:

$$m_B = \mathbf{2\ kg}$$

Sustituimos en la segunda y despejamos la velocidad:

$$v'_{B,y} = -\mathbf{16\ m/s}$$

21 En cada caso, calcula el valor del impulso que actúa sobre el carro y comprueba si coincide con la variación de su cantidad de movimiento. Si no coincide, analiza las posibles causas de error y cómo se pueden reducir.

	Impulso ($I = F \cdot t_F$)	$p_0 = m \cdot v_0$	$p = m \cdot v$	$\Delta p = p - p_0$
Posición 1				
Posición 2				

Respuesta práctica en función de los datos obtenidos en la experiencia.

Seguramente los valores del impulso y de la variación de la cantidad de movimiento no coincidan. Las fuentes de error pueden estar en la toma de medidas:

- Masa del carro.
- Fuerza de las pesas que tiran del carro.
- Longitudes recorridas, etc.

Para reducir esta fuente de error habría que tomar varias medidas y poder así encontrar mediante los métodos estadísticos un valor más probable y una incertidumbre.

Por otra parte, tampoco se está teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento del carro con el carril.

ACTIVIDADES FINALES

Fuerzas a distancia

22 Calcula el peso de un cuerpo de masa 20 kg a una altura de 1000 km sobre la superficie de la Tierra. Datos: $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².

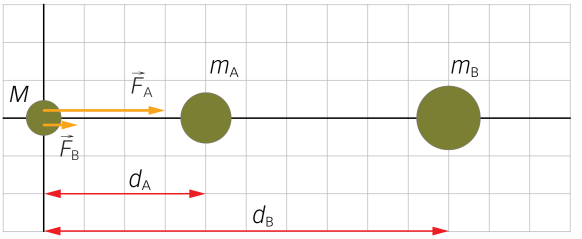
El cuerpo se encuentra a una distancia del centro de la Tierra:

$$d = R_T + h = 6370\text{ km} + 1000\text{ km} = 7370\text{ km} = 7{,}37 \cdot 10^6\text{ m}$$

Calculamos la fuerza con la que el cuerpo es atraído por la Tierra:

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{kg}^2}} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \cancel{\text{kg}} \cdot 20\ \cancel{\text{kg}}}{(7{,}37 \cdot 10^6\ \cancel{\text{m}})^2} = \mathbf{146{,}6\ N}$$

23 Dos masas de 7 kg y 9 kg están situadas, respectivamente, en los puntos A (2, 0) m y B (5, 0) m. Calcula la fuerza resultante sobre una tercera masa de 5 kg situada en el origen de coordenadas.



Calculamos la fuerza ejercida por las masas A y B sobre la tercera:

$$F_A = G \cdot \frac{M \cdot m_A}{(d_A)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \cancel{\mathrm{m}^2}}{\cancel{\mathrm{kg}^2}} \cdot \frac{5\ \cancel{\mathrm{kg}} \cdot 7\ \cancel{\mathrm{kg}}}{(2\ \cancel{\mathrm{m}})^2} = 5{,}84 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{N}$$

$$F_B = G \cdot \frac{M \cdot m_B}{(d_B)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \cancel{\mathrm{m}^2}}{\cancel{\mathrm{kg}^2}} \cdot \frac{5\ \cancel{\mathrm{kg}} \cdot 9\ \cancel{\mathrm{kg}}}{(5\ \cancel{\mathrm{m}})^2} = 1{,}20 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{N}$$

Como ambas fuerzas apuntan en el mismo sentido, la fuerza resultante es la suma:

$$F = F_A + F_B = \mathbf{7{,}04 \cdot 10^{-10}\ N}$$

24 Sobre un cuerpo de masa 3 kg, un planeta ejerce una fuerza de 18 N en su superficie. Halla la aceleración con la que cae el cuerpo y la masa del planeta si su radio es 5000 km.

La fuerza que actúa sobre el cuerpo es el peso:

$$F = m \cdot a \Rightarrow P = m \cdot g_{\text{planeta}}$$

El cuerpo caerá con la aceleración de la gravedad del planeta. Despejamos de la expresión anterior y sustituimos:

$$g_{\text{planeta}} = \frac{P}{m} = \frac{18\ \mathrm{N}}{3\ \mathrm{kg}} = \mathbf{6\ m/s^2}$$

Conocida la aceleración de la gravedad del planeta, podemos calcular la masa de este:

$$g_{\text{planeta}} = G \cdot \frac{M_{\text{planeta}}}{R^2} \Rightarrow M_{\text{planeta}} = \frac{R^2}{G} \cdot g_{\text{planeta}}$$

$$M_{\text{planeta}} = \frac{(5 \cdot 10^6\ \mathrm{m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}} \cdot 6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2{,}25 \cdot 10^{24} \frac{\mathrm{kg}^{\cancel{2}} \cdot \cancel{\mathrm{m}^3}}{\cancel{\mathrm{kg}} \cdot \dfrac{\cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{s}^2}} \cdot \cancel{\mathrm{m}^2} \cdot \cancel{\mathrm{s}^2}}$$

$$M_{\text{planeta}} = \mathbf{2{,}25 \cdot 10^{24}\ kg}$$

25 Calcula la fuerza gravitatoria entre la Tierra y la Luna. ¿En qué punto de la línea que las une sería nula la fuerza neta sobre una masa m? Datos: $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$; $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg; $d_{T\text{-}L} = 384\,000$ km.

Calculamos la fuerza gravitatoria entre la Tierra y la Luna, sustituyendo y operando:

$$F = G \cdot \frac{M_T \cdot M_L}{(d_{T-L})^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N} \cdot \cancel{\mathrm{m}^2}}{\cancel{\mathrm{kg}^2}} \cdot \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \cancel{\mathrm{kg}} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\ \cancel{\mathrm{kg}}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \cancel{\mathrm{m}})^2} = \mathbf{1{,}98 \cdot 10^{20}\ N}$$

Para calcular el punto entre la Tierra y la Luna donde la fuerza neta aplicada sobre una masa m se anula, necesitamos la fuerza gravitatoria que ejercen la Tierra y la Luna sobre la masa m, respectivamente. Tomamos como origen del sistema de referencia la posición de la Tierra.

$$F_{T-m} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(x)^2}; \quad F_{L-m} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{(d_{T-L} - x)^2}$$

Para que la fuerza neta sobre m sea nula las fuerzas deben ser iguales en módulo y de sentidos opuestos:

$$F_{T-m} = F_{L-m} \Rightarrow \cancel{G} \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m}}{(x)^2} = \cancel{G} \cdot \frac{\cancel{m} \cdot M_L}{(d_{T-L} - x)^2}$$

$$\frac{M_T}{(x)^2} = \frac{M_L}{(d_{T-L} - x)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{M_T}}{x} = \frac{\sqrt{M_L}}{d_{T-L} - x}$$

Despejando la incógnita, sustituyendo y operando:

$$x = \frac{\sqrt{M_T} \cdot d_{T-L}}{\sqrt{M_T} + \sqrt{M_L}} = \frac{\sqrt{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \cancel{kg}} \cdot 3{,}84 \cdot 10^8\ m}{\sqrt{5{,}97 \cdot 10^{24}\ \cancel{kg}} + \sqrt{7{,}35 \cdot 10^{22}\ \cancel{kg}}} = \mathbf{3{,}46 \cdot 10^8\ m}$$

Esta es la distancia desde la posición de la Tierra.

Nota: hay otro punto más allá de la Luna en que los módulos de ambas fuerzas se igualan. Pero en este caso no se equilibran, pues ambas fuerzas se dirigen en el mismo sentido.

26 Halla el número de protones y la masa de los mismos que presentan una carga total de 1 C. ¿Cuál es la carga total de 1 kg de protones?
Datos: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

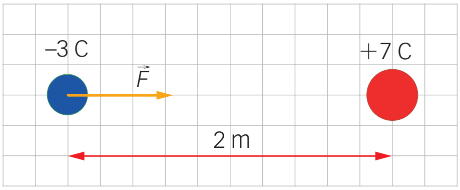
Sabemos que la carga de un protón, q_p, es $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Si calculamos el inverso de este número, obtenemos el número de protones que corresponde a una carga de 1 C, es decir, **$6{,}25 \cdot 10^{18}$ protones** presentan una carga total de 1 C.

Como la masa de un protón es $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, hallamos la masa de protones que corresponden con una carga total de 1 C:

$$m_{protones} = 6{,}25 \cdot 10^{18}\ \cancel{\text{protones}} \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}{1\ \cancel{\text{protón}}} = \mathbf{1{,}04 \cdot 10^{-8}\ kg}$$

Por último, si calculamos el inverso de este número, obtenemos la carga total de 1 kg de protones, es decir, **$9{,}58 \cdot 10^7$ C** por cada kg.

27 Calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza que una carga de +7 C ejerce sobre otra de −3 C situada a 2 m. Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$.



Aplicamos la ley de Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{|+7\,\text{C} \cdot (-3\,\text{C})|}{(2\,\text{m})^2} = \mathbf{4{,}73 \cdot 10^{10}\ N}$$

La dirección es la recta que une las cargas y el sentido atractivo, al ser de diferente signo.

28 **Calcula la fuerza eléctrica existente entre el protón y el electrón en el átomo de hidrógeno suponiendo que la distancia entre ambos es de 0,5 Å. Datos: 1 Å = 10^{-10} m; $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C².**

Aplicamos la ley de Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{|q_e \cdot q_p|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{C}^2}} \cdot \frac{|-1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{\text{C}} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{\text{C}}|}{(0{,}5 \cdot 10^{-10}\,\cancel{\text{m}})^2} = \mathbf{9{,}24 \cdot 10^{-8}\ N}$$

Es una fuerza de atracción.

29 **Calcula la distancia a la que deben situarse dos cargas de distinto tipo de 2 μC para que se atraigan con una fuerza de 2 N. Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C².**

Aplicamos la ley de Coulomb, despejamos la distancia y sustituimos los datos:

$$F = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2} \Rightarrow d = \sqrt{k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{F}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \frac{\cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^2}{\cancel{\text{C}^2}} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6}\,\cancel{\text{C}})^2}{2\,\cancel{\text{N}}}} = 0{,}134\ \text{m} = \mathbf{13{,}4\ cm}$$

30 **Una carga negativa q_1 de 2 μC se encuentra a 20 cm de otra carga q_2 de valor desconocido. Determina el valor y el signo de la carga q_2 si la fuerza de repulsión entre ambas es de 10 N. Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C².**

Aplicamos la ley de Coulomb, despejamos la carga q_2 y sustituimos los datos:

$$F = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{d^2} = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{F \cdot d^2}{k \cdot |q_1|} = \frac{10\,\cancel{\text{N}} \cdot (0{,}2\,\cancel{\text{m}})^2}{9 \cdot 10^9 \frac{\cancel{\text{N}} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\text{C}^{\cancel{2}}} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\,\cancel{\text{C}}} = 2{,}\overset{\frown}{2} \cdot 10^{-5}\,\text{C} = 22{,}\overset{\frown}{2}\,\mu\text{C}$$

Como q_1 es negativa y la fuerza entre ambas es de repulsión, entonces q_2 será también negativa: $q_2 = -\mathbf{22{,}\overset{\frown}{2}\,\mu C}$.

31 **En el espacio, entre el Sol y la Tierra, existe un punto en el que la fuerza neta que ambos astros ejercen sobre una masa colocada en él es nula. ¿Dónde se encuentra dicho punto? Escoge la respuesta correcta.**

a) Más cerca del Sol que de la Tierra.

b) Más cerca de la Tierra que del Sol.

c) Justo a mitad de camino, entre la Tierra y el Sol.

La respuesta correcta es la **b**, más cerca de la Tierra que del Sol. El campo gravitatorio de dos masas se anula en la línea que las une, y más cerca de la masa menor, pues la fuerza es inversamente proporcional a la distancia.

32 Tres cargas eléctricas de 5 nC, dos positivas fijas y una negativa libre, se sitúan en los vértices de un triángulo equilátero de 60 cm de lado. Calcula la aceleración inicial de la carga negativa sabiendo que su masa es de 5 g.

a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre la carga negativa. ¿En qué dirección comienza a moverse?

b) Observa la simetría del problema y responde: ¿cómo es la trayectoria que sigue la carga negativa?

c) ¿Hay algún punto de la trayectoria seguida en que la fuerza neta sobre la carga negativa sea nula? ¿Dónde?

d) Escribe en tu cuaderno la respuesta correcta:

1. La velocidad de la carga negativa aumenta hasta que la carga negativa pasa entre ambas cargas positivas. Luego disminuye.
2. La velocidad se mantiene constante.
3. El movimiento es uniformemente acelerado.

a) El valor de la fuerza entre la carga libre y cada una de las cargas fijas es:

$$F = k \cdot \frac{|q \cdot q'|}{d^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{C}^2}} \cdot \frac{|-5 \cdot 10^{-9}\ \cancel{\text{C}} \cdot 5 \cdot 10^{-9}\ \cancel{\text{C}}|}{(0{,}6\ \cancel{\text{m}})^2} = 6{,}25 \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

La componente horizontal de una se anula con la otra por simetría. La vertical es:

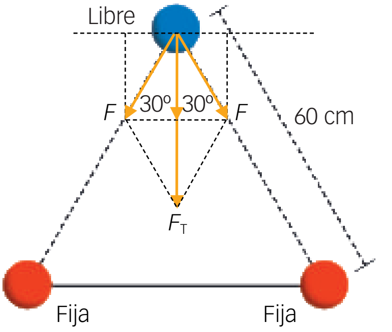
$$F_y = F \cdot \cos 30°$$
$$F_y = 6{,}25 \cdot 10^{-7}\ \text{N} \cdot \cos 30° = 5{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{N}$$

El total de la fuerza es:

$$F_T = 2 \cdot F_y = 2 \cdot 5{,}4 \cdot 10^{-7}\ \text{N} = 1{,}08 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

La aceleración que sufre la carga es:

$$a = \frac{F_T}{m} = \frac{1{,}08 \cdot 10^{-6}\ \text{N}}{5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}} = \mathbf{2{,}16 \cdot 10^{-4}\ m/s^2}$$



Comienza a moverse en dirección vertical y hacia abajo.

b) La trayectoria es una línea recta vertical.

c) Sí, cuando la carga negativa pasa por el centro de la línea que une las cargas positivas. En ese punto solo hay componente horizontal de las fuerzas y por simetría se anulan entre sí.

d) La frase correcta es la número 1. Las cargas positivas tiran de la carga negativa en la dirección negativa del eje *Y* y su velocidad va aumentando, pero, cuando la carga positiva rebasa el punto medio de las dos cargas positivas, la fuerza se invierte. Ahora la fuerza sobre la carga negativa tiene sentido del eje *Y* positivo.

La fuerza logrará frenar el movimiento de la carga negativa hacia abajo y después esta comenzará a ascender con velocidad creciente.

Y así sucesivamente, la carga negativa asciende y desciende siguiendo un movimiento oscilatorio.

Fuerzas de contacto

33 Si queremos que el carrito del supermercado se mueva, hemos de empujarlo continuamente, ¿acaso es falsa la primera ley de Newton? ¿Por qué continúa moviéndose por inercia una vez que lo ponemos inicialmente en movimiento?

La primera ley de Newton se aplica a cuerpos aislados, sobre los que no actúa ninguna fuerza o la resultante de las fuerzas que actúan es nula.

Un carrito de supermercado no cumple ninguna de las dos condiciones anteriores, ya que además del peso y la fuerza de reacción normal de la superficie, que se cancelan mutuamente, está la fuerza de rozamiento, que hace inaplicable la primera ley.

Así, si ponemos en movimiento el carrito y lo dejamos libre, la F_R es la fuerza neta, que da lugar a una aceleración, en este caso de frenado, que hará que el carro se pare.

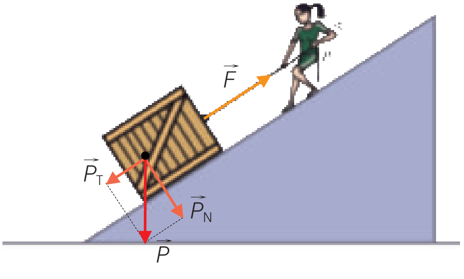
34 ¿Qué ocurrirá si tiramos hacia arriba, mediante una cuerda, de un cuerpo colocado en la mitad de una rampa (sin rozamiento)? Escribe la respuesta correcta en tu cuaderno.

a) El bloque ascenderá o descenderá en función de la intensidad de la fuerza ejercida sobre él.

b) El bloque quedará en reposo siempre.

c) El bloque ascenderá siempre.

Aclaremos que la chica que tira de la cuerda no forma en realidad parte del sistema y que únicamente tiene la función de aplicar una fuerza $\vec{T}$ sobre la caja.



En tal caso, ha de quedar claro que c) es falsa y a) y b) pueden ser verdaderas:

- Si $T > P_T$, siendo P_T la componente tangencial del peso, la caja sube.
- Si $T = P_T$, la caja sigue en reposo, si lo estaba inicialmente.
- Si $T < P_T$, el bloque caerá por el plano.

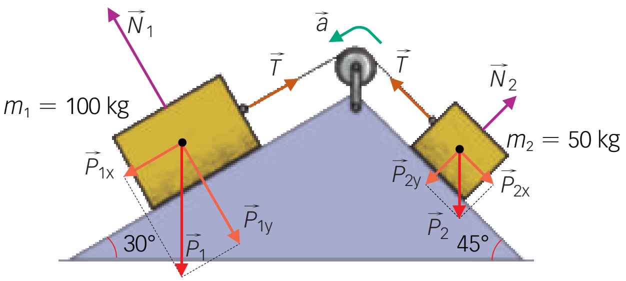
35 Indica hacia dónde se moverán los cuerpos de la figura y cuál será la aceleración del sistema. Supón que no hay rozamiento. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

Sobre cada una de las masas actúan el peso, $\vec{P}$, la reacción normal de la superficie, $\vec{N}$, y la tensión de la cuerda, $\vec{T}$, igual para ambas masas, por estar unidas con la cuerda.

La segunda ley de Newton dice que $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Aplicando esta ley en cada cuerpo:

$$\vec{P}_1 + \vec{T} + \vec{N}_1 = m_1 \cdot \vec{a}_1$$
$$\vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{N}_2 = m_2 \cdot \vec{a}_2$$

Si elegimos para cada masa su propio sistema de coordenadas con un eje tangente a la superficie y otro normal a ella, y tenemos en cuenta que la aceleración es la misma para ambas masas:



$$P_{1x} - T = m_1 \cdot a \quad [A] \qquad T - P_{2x} = m_2 \cdot a \quad [C]$$
$$N_1 - P_{1y} = 0 \quad [B] \qquad N_2 - P_{2y} = 0 \quad [D]$$

Ahora hay que considerar que las componentes tangenciales del peso son:

$$P_{1x} = P_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha$$
$$P_{2x} = P_2 \cdot \text{sen}\,\beta = m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,\beta$$

Un truco para recordarlo es fijarse en que, si el plano es horizontal y los ángulos son cero, estas componentes deben desaparecer.

Como solo nos interesa la aceleración, eliminamos T entre las ecuaciones [A] y [C]:

$$\left.\begin{array}{l} T = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,30° - m_1 \cdot a \quad [A] \\ T = m_2 \cdot a + m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,45° \quad [C] \end{array}\right\}$$

Igualamos:

$$m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,30° - m_1 \cdot a = m_2 \cdot a + m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,45°$$
$$m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,30° - m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,45° = (m_1 + m_2) \cdot a$$
$$a = \frac{m_1 \cdot \text{sen}\,30° - m_2 \cdot \text{sen}\,45°}{m_1 + m_2} \cdot g \simeq \mathbf{0{,}96\ m/s^2}$$

Como a es positiva, el sistema se mueve en el sentido que habíamos elegido.

36 Una niña de 30 kg se desliza hacia abajo por un poste vertical de madera con una aceleración de 2 m/s^2. ¿Cuál es la fuerza de fricción con el poste? Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \;\Rightarrow\; \vec{F}_R + \vec{P} = m \cdot \vec{a} \;\Rightarrow\; F_R - P = -m \cdot a$$

Despejamos y sustituimos los datos:

$$F_R = P - m \cdot a = m \cdot (g - a) = 30\text{ kg} \cdot (9{,}8\text{ m/s}^2 - 2\text{ m/s}^2) = \mathbf{234\ N}$$

37 Para subir un piano de 300 kg a un piso se utiliza una polea. Si la aceleración inicial del instrumento es de 0,45 m/s^2, ¿cuál es la tensión de la cuerda? Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

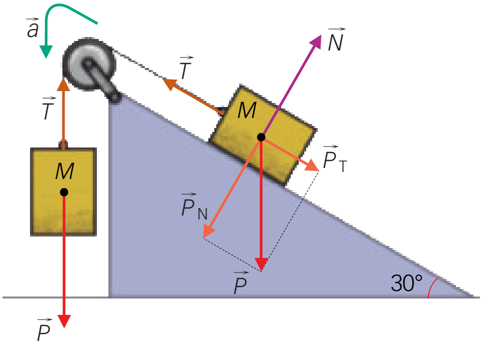
Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \;\Rightarrow\; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a} \;\Rightarrow\; T - P = m \cdot a$$

Despejamos y sustituimos los datos:

$$T = P + m \cdot a = m \cdot (g + a) = 30\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 + 0{,}45\ \text{m/s}^2) = \mathbf{3075\ N}$$

38 Los dos bloques de la figura son exactamente iguales. ¿Hacia dónde se moverá el conjunto? ¿Por qué? Copia el esquema en tu cuaderno y añade las fuerzas existentes.



Siendo las dos masas iguales, el conjunto se moverá hacia la izquierda, puesto que la componente del peso del bloque del plano inclinado en la dirección del movimiento, P_T, es necesariamente menor que el peso, P.

Resolviendo con más detalle, supongamos que hay una aceleración $a > 0$ en el sentido indicado en la figura que comparten ambos bloques.

Las ecuaciones del movimiento son:

$$\left.\begin{array}{r} P - T = M \cdot a \\ T - P_T = M \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow P - M \cdot a = P_T + M \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{P - P_T}{2 \cdot M}$$

El resultado es mayor que cero, lo que implica que el conjunto se mueve **hacia la izquierda**.

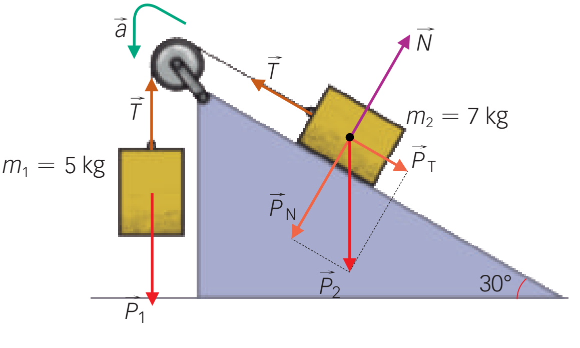
39 En un plano inclinado 30º hay un bloque de 7 kg y, en su extremo, una polea de la que cuelga una masa de 5 kg. Suponiendo que no existe rozamiento:

a) ¿Con qué aceleración se mueven las masas?

b) ¿Qué masa debería colgar verticalmente para que el sistema estuviera en equilibrio?

Dato: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

a) La descripción de la situación se esquematiza del siguiente modo:



Aplicamos la segunda ley de Newton para cada una de las masas:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Masa 1: } \vec{P}_1 + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a} \\ \text{Masa 2: } \vec{P}_2 + \vec{T} + \vec{N} = m_2 \cdot \vec{a}\end{array}\right\}$$

Descomponemos las fuerzas en sus componentes paralelas y perpendiculares al plano. En este caso nos quedaremos solo con la dirección paralela al plano, que es la dirección del movimiento.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Masa 1: } m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a \\ \text{Masa 2: } T - m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha = m_2 \cdot a\end{array}\right\}$$

Suponemos que m_1 cae y m_2 sube por el plano. Si resulta ser al revés, obtendremos una aceleración negativa y el sentido de giro será el contrario.

Sumamos las dos ecuaciones:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Despejamos la aceleración y sustituimos los datos:

$$a = \frac{(m_1 - m_2 \cdot \text{sen}\,\alpha) \cdot g}{m_1 + m_2} = \frac{5\,\cancel{\text{kg}} - 7\,\cancel{\text{kg}} \cdot (\text{sen}\,30°)}{5\,\cancel{\text{kg}} + 7\,\cancel{\text{kg}}} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = \mathbf{1{,}225\ m/s^2}$$

Como la aceleración es positiva, confirma la suposición que hicimos respecto al movimiento del sistema.

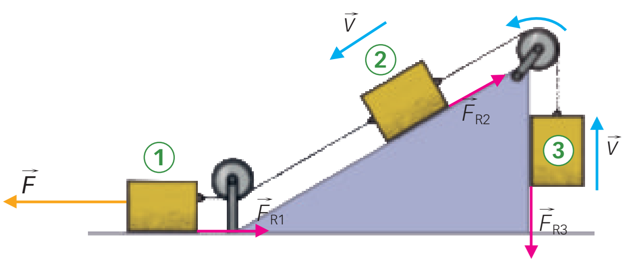
b) Para que el sistema esté en equilibrio es necesario que la aceleración sea nula:

$$a = \frac{(m_1 - m_2 \cdot \text{sen}\,\alpha) \cdot g}{m_1 + m_2} = 0 \ \Rightarrow\ (m_1 - m_2 \cdot \text{sen}\,\alpha) \cdot g = 0$$

$$m_1 = m_2 \cdot \text{sen}\,\alpha = 7\ \text{kg} \cdot \text{sen}\,30° = \mathbf{3{,}5\ kg}$$

40 Dibuja en tu cuaderno la fuerza de rozamiento que sufre cada bloque en el siguiente esquema:

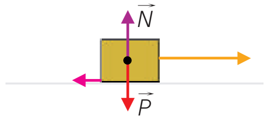
La existencia de F_{R3} es dudosa, depende de si el cuerpo se apoya un poco o no se apoya sobre el plano vertical.



41 ¿En qué caso será mayor la fuerza de rozamiento? En todos los casos, el coeficiente de rozamiento $\mu_c = 0{,}2$.

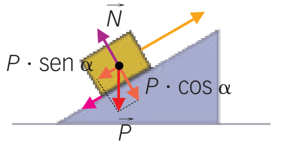
La fuerza de rozamiento es igual al coeficiente de rozamiento por la normal, $F_R = \mu \cdot N$. El módulo de N cambia de valor según cada caso:

a) $\mu_c = 0{,}2$.



$$N = P = m \cdot g$$

b) $\mu_c = 0{,}2$.



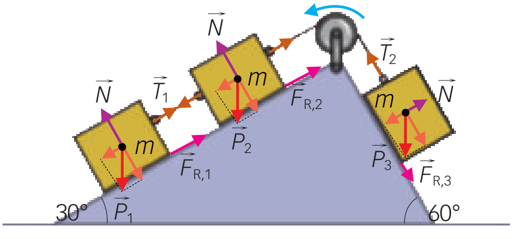
$$N = P \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

$$\left.\begin{aligned} F_{Ra} &= \mu \cdot m \cdot g \\ F_{Rb} &= \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{Ra} > F_{Rb}$$

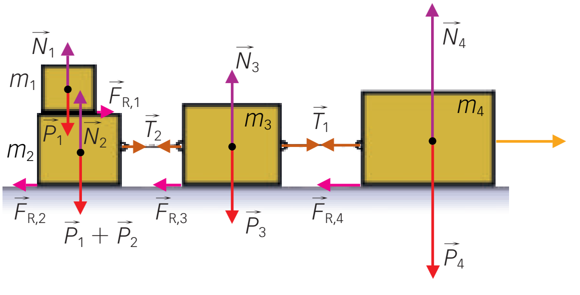
Por tanto, la fuerza de rozamiento **es mayor en el caso a**.

42 Dibuja en tu cuaderno todas las fuerzas que actúan sobre los cuerpos de las figuras. Ten en cuenta el rozamiento.

a) Las tres masas son iguales.



b) $m_1 = m_2/2$; $m_2 = m_3/2$; $m_3 = m_4/2$. (Suponemos que se mueve hacia la derecha).



43 Se lanza un cuerpo de 10 kg de masa verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. Si la fuerza de rozamiento con el aire vale 10 N, halla la altura máxima a la que llega y compárala con la que alcanzaría en el caso de no tener en cuenta el rozamiento. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

- Sin tener en cuenta la fuerza de rozamiento.

  Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow P = m \cdot g$$

  Como la única fuerza que interviene es el peso, la aceleración es la de la gravedad.

Aplicamos las ecuaciones de un MRUA. Cuando la velocidad final es cero, el móvil llega a la altura máxima. Despejamos y calculamos el tiempo que tarda en llegar al punto más alto:

$$v = v_0 - g \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{20\ \text{m/s}}{9{,}8\ \text{m/s}^2} = 2{,}04\ \text{s}$$

Sustituimos el tiempo y calculamos la altura máxima:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0\ \text{m} + 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}04\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2{,}04\ \text{s})^2 = 20{,}41\ \text{m}$$

- Teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento.

Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow P + F_R = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g + F_R = m \cdot a$$

Al tener en cuenta la fuerza de rozamiento, la aceleración durante el ascenso del objeto no coincide con la aceleración de la gravedad, por lo que debemos calcularla. Despejamos de la expresión anterior y sustituimos:

$$a = \frac{m \cdot g + F_R}{m} = \frac{10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 + 10\ \text{N}}{10\ \text{kg}} = 10{,}8\ \text{m/s}^2$$

Análogamente, aplicamos las ecuaciones de un MRUA. Cuando la velocidad final es cero, el móvil llega a la altura máxima. Despejamos y calculamos el tiempo que tarda en llegar al punto más alto:

$$v = v_0 - a \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{20\ \cancel{\text{m}}/\cancel{\text{s}}}{10{,}8\ \cancel{\text{m}}/\text{s}^{\cancel{2}}} = 1{,}85\ \text{s}$$

Sustituimos el tiempo y calculamos la altura máxima:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0\ \text{m} + 20\ \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1{,}85\ \cancel{\text{s}} - \frac{1}{2} \cdot 10{,}8 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}} \cdot (1{,}85\ \cancel{\text{s}})^2 = \mathbf{18{,}52\ m}$$

Por tanto, cuando interviene la fuerza de rozamiento, la altura máxima que alcanza el cuerpo es menor.

$$\frac{(h_{\text{máx}})_{\text{con roz.}}}{(h_{\text{máx}})_{\text{sin roz.}}} = \frac{18{,}52\ \cancel{\text{m}}}{20{,}41\ \cancel{\text{m}}} = 0{,}91 \Rightarrow \boldsymbol{h_{\text{con roz.}} = 0{,}91 \cdot h_{\text{sin roz.}}}$$

44 **Un coche de 1300 kg sube por una rampa de 15°. Calcula la fuerza que proporciona el motor si el coeficiente de rozamiento es 0,6 y sube con una velocidad constante de 35 km/h.**

Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje perpendicular al plano. La suma de las fuerzas es cero, ya que no hay movimiento en la dirección perpendicular.

$$\vec{P}_y + \vec{N} = 0 \Rightarrow P_y + N = 0 \Rightarrow N = P_y = P \cdot \cos\alpha$$

Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje paralelo al plano. La suma de las fuerzas es cero, ya que como v = cte. $\Rightarrow a = 0$.

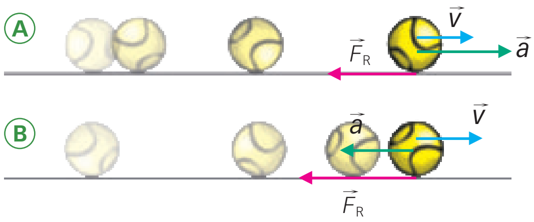
$$\vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_R = 0 \Rightarrow F - P_x - F_R = 0 \Rightarrow F - P \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu \cdot P \cdot \cos\alpha = 0$$
$$F = P \cdot \text{sen}\,\alpha + \mu \cdot P \cdot \cos\alpha \Rightarrow F = m \cdot g \cdot (\text{sen}\,\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)$$

Sustituyendo los datos:

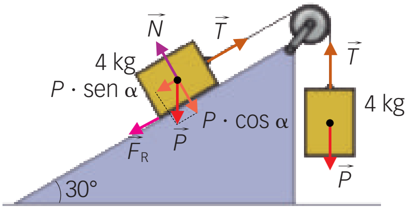
$$F = 1300\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\text{sen}\,15° + 0{,}6 \cdot \cos 15°) = \mathbf{10\,680\ N}$$

45 **Dibuja en tu cuaderno la dirección y el sentido de la fuerza de rozamiento para cada pelota:**

La $\vec{F}_R$ siempre tiene sentido opuesto a $\vec{v}$ y es independiente de la aceleración.



46 **Determina cuál es el coeficiente de rozamiento estático en el plano inclinado si el sistema de la figura está en equilibrio:**



Aplicando la segunda ley de Newton a cada cuerpo:

Cuerpo 1: $\vec{T} + \vec{P} = 0 \quad \Rightarrow \quad T - P = 0$

Cuerpo 2: $\vec{F}_R + \vec{P}_x + \vec{T} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_R + P \cdot \text{sen}\ \alpha - T = 0$

Como el sistema está en equilibrio, la suma de las fuerzas aplicadas al sistema de los dos cuerpos debe ser cero. Se cumple que:

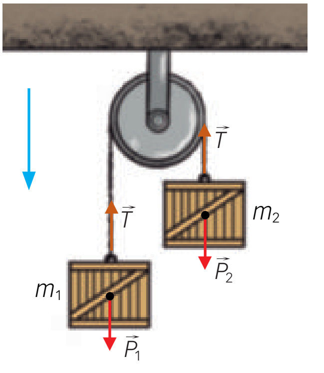
$$\cancel{T} - P + F_R + P \cdot \text{sen}\ \alpha - \cancel{T} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_R + P \cdot \text{sen}\ \alpha = P$$

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad \cancel{m \cdot g} \cdot (\text{sen}\ \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) = \cancel{m \cdot g}$$

$$\text{sen}\ \alpha + \mu \cdot \cos \alpha = 1 \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{1 - \text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 - \text{sen}\ 30°}{\cos 30°} = \frac{0{,}5}{0{,}86} = \mathbf{0{,}58}$$

47 **En una máquina de Atwood observamos que el sistema formado por ambas masas está acelerado en un 10% del valor de la aceleración de la gravedad. Calcula la proporción que guardan las masas, m_2/m_1.**

La tensión T es la misma para los dos cuerpos. Se aplica la segunda ley de la dinámica, $\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, para cada objeto.



Al ser un movimiento unidimensional prescindimos del carácter vectorial. Escribiendo una ecuación para cada masa:

$$\left.\begin{array}{l} P_1 - T = m_1 \cdot a \\ T - P_2 = m_2 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a \\ T - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \end{array}\right\}$$

Se suman ambas ecuaciones, miembro a miembro:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

Como el sistema está acelerado en un 10 % de la aceleración de la gravedad, expresamos la aceleración:

$$a = \frac{1}{10} \cdot g$$

Y sustituimos en la ecuación anterior:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = m_1 \cdot \frac{1}{10} \cdot g + m_2 \cdot \frac{1}{10} \cdot g$$

Sacando factor común en ambos miembros de la igualdad y simplificando:

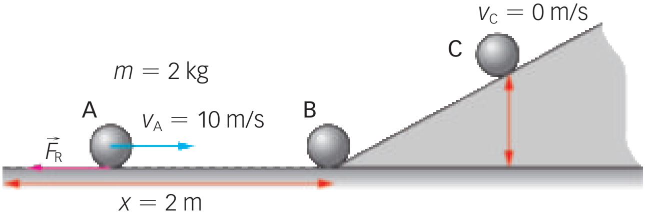
$$m_1 - m_2 = \frac{m_1}{10} + \frac{m_2}{10} \Rightarrow \frac{9}{10} \cdot m_1 = \frac{11}{10} \cdot m_2$$

Por tanto, resulta:

$$\frac{m_2}{m_1} = \mathbf{\frac{9}{11}}$$

48 Se lanza un cuerpo de 2 kg de masa por un plano horizontal rugoso ($\mu_c = 0{,}4$) con una velocidad de 10 m/s. Después de recorrer una distancia de 2 m comienza a ascender por un plano inclinado 30° sin rozamiento. Calcula la altura que alcanza. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.

Vamos a resolver el problema por tramos.



- Primer tramo. Plano horizontal rugoso. Desde A hasta B.

  Conocemos la velocidad inicial del cuerpo, $v_A = 10$ m/s, y calculamos la velocidad de este tras recorrer 2 m, v_B. La única fuerza que actúa en el eje horizontal es la fuerza de rozamiento. Aplicamos la segunda ley de Newton y despejando averiguamos una expresión algebraica para la aceleración del cuerpo:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F_R = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{\mu \cdot N}{m}$$

  En el eje perpendicular al plano no hay movimiento, la normal es igual al peso. Sustituimos en la expresión anterior y calculamos a:

$$a = \frac{\mu \cdot \cancel{m} \cdot g}{\cancel{m}} = \mu \cdot g = 0{,}4 \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 = 3{,}92 \text{ m/s}^2$$

  La aceleración tiene signo negativo porque se opone al movimiento: $a = -\ 3{,}92$ m/s^2.

  A partir de la siguiente expresión, que relaciona la velocidad y el espacio recorrido en un MRUA, calculamos la velocidad después de recorrer 2 m, es decir, el valor de la velocidad en el punto B:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot x \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 \cdot a \cdot x} = \sqrt{\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 3{,}92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ m}} = 9{,}18 \text{ m/s}$$

- Segundo tramo. Plano inclinado sin rozamiento. Desde B hasta C.

  Conocemos la velocidad del cuerpo al inicio de rampa, $v_B = 9{,}18$ m/s y calculamos la distancia que recorre sobre el plano inclinado hasta que se detiene, $v_C = 0$ m/s.

  La única fuerza que actúa en el eje horizontal es la componente X del peso. Aplicamos la segunda ley de Newton y calculamos la aceleración del cuerpo en el segundo tramo, a':

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow P_x = m \cdot a' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a' = \frac{P_x}{m} = \frac{\cancel{m} \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha}{\cancel{m}} = g \cdot \text{sen}\,\alpha = 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot \text{sen}\,30° = 4{,}9\,\text{m/s}^2$$

  La aceleración tiene signo negativo porque se opone al movimiento: $a' = -4{,}9\,\text{m/s}^2$.

  A partir de la siguiente expresión, que relaciona la velocidad y el espacio recorrido en un MRUA, calculamos la distancia recorrida por el plano inclinado hasta que se detiene:

$$v_C^2 - v_B^2 = 2 \cdot a' \cdot d \Rightarrow d = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2 \cdot a'} = \frac{\left(0\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(9{,}18\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-4{,}9\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{-84{,}27\dfrac{\text{m}^{\cancel{2}}}{\cancel{\text{s}^2}}}{-9{,}8\dfrac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}^2}}} = 8{,}6\,\text{m}$$

  Por último, calculamos la altura que alcanza:

$$h = d \cdot \text{sen}\,30° = 8{,}6\,\text{m} \cdot 0{,}5 = \mathbf{4{,}30\,m}$$

49 **En el suelo de un vagón de tren hay una caja de masa 100 kg. Calcula la aceleración que adquiere la caja respecto al vagón cuando el tren arranca con una aceleración de 2 m/s^2 en los siguientes casos:**

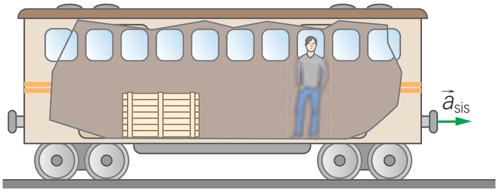
a) No hay rozamiento entre la caja y el suelo del vagón.

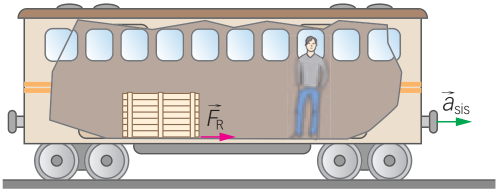
b) Sí hay rozamiento, $\mu_c = 0{,}1$.

Aplicamos en ambos casos las ecuaciones del movimiento relativo estudiadas con anterioridad.

$$\vec{a}_{rel} = \vec{a}_{obj} - \vec{a}_{sis}$$

La aceleración sobre el objeto dependerá de las fuerzas que reciba, y la aceleración del sistema es la aceleración del vagón. Al ser todos los movimientos en la misma dirección, prescindimos del carácter vectorial en la ecuación.





a) Si no existe rozamiento entre la caja y el suelo ($F_R = 0$), la caja recibe una fuerza neta nula en la dirección del movimiento, y su aceleración es nula:

$$a_{rel} = a_{obj} - a_{sis} = 0\,\text{m/s}^2 - 2\,\text{m/s}^2 = \mathbf{-2\,m/s^2}$$

b) El suelo del vagón se mueve en una dirección y la caja sin rozamiento se quedaría quieta.

Al haber rozamiento, este se opone al movimiento relativo entre las dos superficies, ver la figura. La caja recibe esta fuerza y su aceleración será proporcional a esta fuerza:

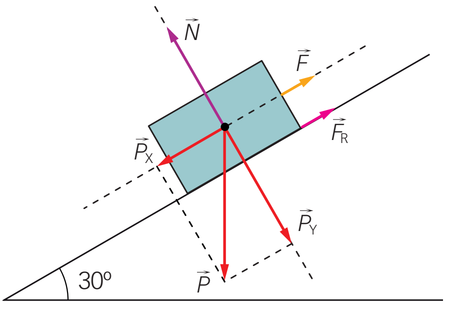
$$F_R = \mu \cdot \cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot a_{obj}$$
$$a_{obj} = \mu \cdot g = 0{,}1 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 0{,}98\ \text{m/s}^2$$
$$a_{rel} = a_{obj} - a_{sis} = 0{,}98\ \text{m/s}^2 - 2\ \text{m/s}^2 = \mathbf{-1{,}02\ m/s^2}$$

Se observa que, en ambos casos, la aceleración de la caja es negativa. Esto significa que para un observador en el interior del vagón la caja se mueve acelerada en el sentido opuesto al movimiento del vagón.

50 Un cuerpo de masa 3 kg se encuentra sobre un plano inclinado 30º sobre la horizontal. Datos: $\mu_e = 0{,}45$, $\mu_c = 0{,}2$, $g = 9{,}8$ m/s^2.

a) Calcula el valor de la fuerza paralela al plano que es necesario ejercer para que el cuerpo permanezca en reposo.

b) Si después se le deja libre, calcula el espacio recorrido en los dos primeros segundos.



a) En el eje perpendicular al plano, el cuerpo se encuentra en equilibrio:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \Rightarrow N = P \cdot \cos\alpha$$

En el eje paralelo al plano, para que el objeto se encuentre en equilibrio, el sumatorio de las fuerzas ha de ser nulo:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_R + \vec{P}_x = 0$$
$$F + F_R - P \cdot \text{sen}\,\alpha = 0$$
$$F = P \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu_e \cdot N = P \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu_e \cdot P \cdot \cos\alpha$$
$$F = m \cdot g \cdot (\text{sen}\,\alpha - \mu_e \cdot \cos\alpha)$$
$$F = 3\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\text{sen}\,30° - 0{,}45 \cdot \cos 30°) = \mathbf{3{,}24\ N}$$

b) Si lo dejamos libre, desaparece la fuerza que lo retiene, la fuerza de rozamiento no es suficiente y el cuerpo se desliza. Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_R = m \cdot \vec{a} \Rightarrow P \cdot \text{sen}\,\alpha - F_R = m \cdot a$$

En el eje perpendicular al plano, el cuerpo continúa en equilibrio, por lo que:

$$N = P \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

Despejamos la aceleración y sustituimos:

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a$$
$$a = g \cdot (\text{sen}\,\alpha - \mu_c \cdot \cos\alpha) = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\text{sen}\,30° - 0{,}2 \cdot \cos 30°) = 3{,}20\ \text{m/s}^2$$

A partir de la ecuación de posición en un MRUA, calculamos el espacio recorrido en los dos primeros segundos:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot (3{,}20\ \cancel{\text{m}}/\cancel{\text{s}^2}) \cdot (2\ \cancel{\text{s}})^2 = \mathbf{6{,}4\ m}$$

51 Sobre un plano inclinado 30° hay un bloque A. El bloque A está conectado a otro bloque B a través de una cuerda que pasa por una polea situada en la cúspide del plano.
El bloque B cuelga de la cuerda en vertical por acción de la gravedad. Ambos bloques tienen una masa de 5 kg. Calcula la aceleración del sistema (sin rozamiento) y la tensión de la cuerda. Dato: $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

Aplicamos la segunda ley de Newton. Una ecuación para cada una de las masas:

$$\left.\begin{aligned} \vec{P}_A + \vec{T} + \vec{N} &= m_A \cdot \vec{a} \\ \vec{P}_B + \vec{T} &= m_B \cdot \vec{a} \end{aligned}\right\}$$

Descomponemos las fuerzas en sus componentes paralelas y perpendiculares al plano. En el caso del bloque A nos quedaremos solo con la dirección paralela al plano, que es la dirección del movimiento.

$$\left.\begin{aligned} T - m_A \cdot g \cdot sen\,\alpha &= m_A \cdot a \\ m_B \cdot g - T &= m_B \cdot a \end{aligned}\right\}$$

Suponemos que m_B baja y m_A se desliza subiendo por el plano. Si resulta ser al revés, obtendremos una aceleración negativa y el sentido de giro será el contrario. Sumamos las dos ecuaciones:

$$m_B \cdot g - m_A \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha = (m_B + m_A) \cdot a$$

Teniendo en cuenta que las masas son iguales, $m_A = m_B = m$, la aceleración es:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot (1 - \text{sen}\,\alpha) = 2 \cdot \cancel{m} \cdot a \Rightarrow a = \frac{(1 - \text{sen}\,\alpha) \cdot g}{2}$$

Y sustituyendo los valores y operando:

$$a = \frac{(1 - \text{sen}\,30°) \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{2} = \mathbf{2{,}45\ m/s^2}$$

Como la aceleración es positiva, confirma la suposición que hicimos respecto al sentido del movimiento del sistema. De la segunda ecuación para $m_B = m$ despejamos y calculamos la tensión:

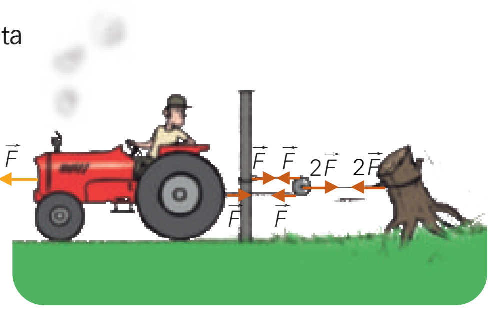
$$m_B \cdot g - T = m_B \cdot a \Rightarrow T = m \cdot (g - a)$$

Sustituimos los datos y operamos:

$$T = 5\ \text{kg} \cdot (9{,}8\ \text{m/s}^2 - 2{,}45\ \text{m/s}^2) = \mathbf{36{,}75\ N}$$

52 A un agricultor se le ocurre realizar el siguiente montaje para arrancar un tronco. ¿Se incrementa así la fuerza que ejerce el motor del tractor? Haz un esquema dibujando las fuerzas para justificar tu respuesta.

El tractor es capaz de ejercer una fuerza $\vec{F}$.
Suponemos una situación de equilibrio.
Del esquema se deduce que la fuerza que actúa sobre el tronco es $2 \cdot \vec{F}$, justo el doble.

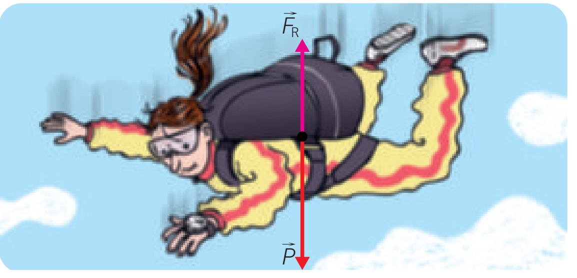


53 Una paracaidista salta de un avión que vuela muy alto y abre su paracaídas.

a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre ella.

b) Inicialmente cae cada vez más deprisa, pero al cabo de un tiempo alcanza una velocidad constante, ¿qué nos dice eso sobre el módulo de las fuerzas?

a)



b) Actúan dos fuerzas, el peso y la fuerza de rozamiento con el aire. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \;\Rightarrow\; F = P - F_R \;\Rightarrow\; m \cdot a = m \cdot g - F_R \;\Rightarrow\; a = g - \frac{F_R}{m}$$

La aceleración inicial de caída es g, pero el paracaídas hace que disminuya. Esto sucede así porque el peso es constante y la fuerza de rozamiento crece con la velocidad, aunque no linealmente. Al alcanzar un valor límite en el que la fuerza de rozamiento es igual al peso del objeto que cae:

$$F_R = m \cdot g = P$$

En ese momento, la aceleración se hace nula y la velocidad es constante. La fuerza de rozamiento no depende de la masa, pero sí la aceleración que provoca, $a = g - \frac{F_R}{m}$, de tal modo que a menor masa más frenado.

54 Los cohetes funcionan quemando un combustible y arrojando los gases de la combustión en un proceso relacionado con la tercera ley de Newton. ¿Por qué es cada vez más fácil acelerarlo a medida que avanza? Al principio más del 90 % de la masa del cohete es combustible.

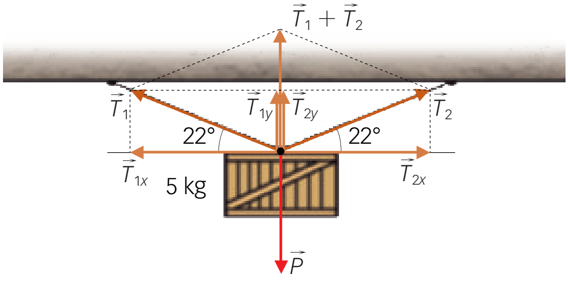
El cohete funciona quemando combustible y expulsando los resultados de la combustión; por tanto, su masa es cada vez menor. Mientras el empuje del motor, F, sea constante, a medida que el cohete avanza irá gastando más combustible, por lo que la masa total (cohete sumado con el combustible) irá disminuyendo y la aceleración irá aumentando con el tiempo.

$$a(t) = \frac{F}{m_{\text{cohete}} + m_{\text{combustible}}(t)}$$

El problema del equilibrio

55 **Calcula la tensión de cada cuerda si la masa del cuerpo que cuelga es de 5 kg.**

Elegimos un sistema de referencia según la figura y descomponemos $\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$ en sus componentes según los ejes *X* e *Y*.



Como hay equilibrio, debe cumplirse que $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P} = 0$.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Componente horizontal:} & T_{1x} = T_{2x} \\ \text{Componente vertical:} & T_{1y} + T_{2y} = P = m \cdot g\end{array}\right\}(*)$$

Las proyecciones de las tensiones sobre los ejes cartesianos:

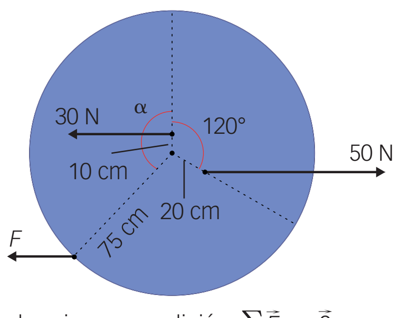
$$\begin{array}{ll} T_{1x} = T_1 \cdot \cos 22°; & T_{2x} = T_2 \cdot \cos 22° \\ T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen}\ 22°; & T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen}\ 22° \end{array}$$

Ahora las condiciones de equilibrio (*) quedan así:

$$(*)\left\{\begin{array}{l} T_1 \cdot \cos 22° = T_2 \cdot \cos 22° \Rightarrow T \equiv T_1 = T_2 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad 2 \cdot T \cdot \text{sen}\ 22° = m \cdot g \end{array}\right.$$

$$T = \frac{m \cdot g}{2 \cdot \text{sen}\ 22°} = \frac{5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{2 \cdot \text{sen}\ 22°} = \mathbf{65{,}4\ N}$$

56 **Determina el módulo de la fuerza horizontal, *F*, que se debe aplicar sobre la periferia del disco de la figura y cuánto debe valer el ángulo α para que el disco quede en equilibrio. El radio del disco es 75 cm.**



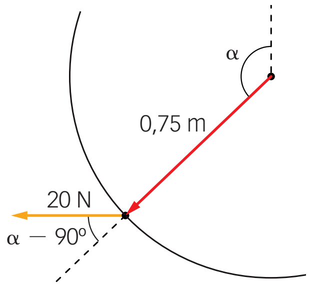
Para que un cuerpo se encuentre en equilibrio se tienen que cumplir dos condiciones: $\sum \vec{F} = \vec{0}$ y $\sum \vec{M} = \vec{0}$.

Calculamos cuál debe ser el valor de *F* para que se cumpla la primera condición, $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

En este caso solo hay fuerzas en el eje horizontal, por lo que podemos reducir el problema a un cálculo escalar indicando con el signo el sentido de los vectores:

$$\sum \vec{F} = 50\ \text{N} - 30\ \text{N} - F = 0 \Rightarrow F = 50\ \text{N} + 30\ \text{N} = \mathbf{20\ N}$$

Imponemos la segunda condición y calculamos el valor de α para que $\sum \vec{M} = \vec{0}$.



Calculamos los momentos teniendo en cuenta que el signo se determina según el sentido de giro que provoca la fuerza:

$$M_1 = 0{,}20 \text{ m} \cdot 50 \text{ N} \cdot \text{sen } 30° = +5 \text{ N} \cdot \text{m}$$
$$M_2 = 0{,}10 \text{ m} \cdot 30 \text{ N} \cdot \text{sen } 90° = +3 \text{ N} \cdot \text{m}$$
$$M_3 = 0{,}75 \text{ m} \cdot 20 \text{ N} \cdot \text{sen}(\alpha - 90°) = -15 \cdot \text{sen}(\alpha - 90°) \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sum M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$\sum M = 5 \text{ N} \cdot \text{m} + 3 \text{ N} \cdot \text{m} - 15 \cdot \text{sen}(\alpha - 90°) \text{ N} \cdot \text{m} = 0$$

$$\text{sen}(\alpha - 90°) = \frac{8 \cancel{\text{ N} \cdot \text{m}}}{15 \cancel{\text{ N} \cdot \text{m}}}$$

$$\alpha - 90° = \text{arcsen}\left(\frac{8}{15}\right) = \begin{cases} 32° \, 13' \, 51'' \\ 147° \, 46' \, 9'' \end{cases} \Rightarrow \quad \alpha = \begin{cases} 122° \, 13' \, 51'' \\ 237° \, 46' \, 9'' \end{cases} \Rightarrow \quad \alpha = \mathbf{122° \, 13' \, 51''}$$

Cualquiera de las dos soluciones es buena para equilibrar el disco. Está destacada la que más se acerca a la figura del enunciado.

Momento lineal, impulso y colisiones

57 **¿Para qué sirven los cascos acolchados (o deformables, como los que llevan quienes conducen una moto) o las colchonetas sobre las que caen quienes practican gimnasia? Responde basándote en alguna de las leyes de la física que has estudiado en esta unidad.**

Un cuerpo deformable en un choque protege porque prolonga el intervalo de tiempo en el que tiene lugar el cambio de velocidad, disminuyendo así la fuerza. Para fuerzas constantes:

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}; \text{ o mejor aún } F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Y, a igual variación de momento lineal o velocidad, cuanto más dura la colisión, menor es la fuerza.

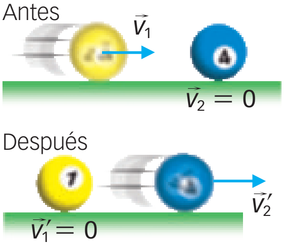
58 **Una bola de billar golpea a otra igual de forma que después del choque la bola que golpea queda en reposo.**

La velocidad que adquiere la bola golpeada es:

a) Igual que la de la bola que golpea.

b) Menor que la de la bola que golpea.

c) Mayor que la de la bola que golpea.



Un razonamiento basado en la simetría nos podría hacer pensar que la bola inicialmente en reposo, de igual masa que la que se mueve, saldrá de la colisión con la misma velocidad con la que la otra la impulsó. Para salir de dudas usamos la ley de conservación del movimiento lineal, cuyo valor total debe ser el mismo antes y después de la colisión.

Como el problema es unidimensional, haremos un tratamiento escalar.

$$p_{\text{TOTAL}} = \overbrace{p_1 + 0}^{\text{Antes}} = \overbrace{0 + p'_2}^{\text{Después}} \quad (\vec{p}_1 \text{ y } \vec{p}'_2 \text{ tienen igual dirección y sentido})$$

Por tanto, $p_1 = p'_2$, y como tienen igual masa: $m \cdot v_1 = m \cdot v'_2$, entonces $v_1 = v'_2$.

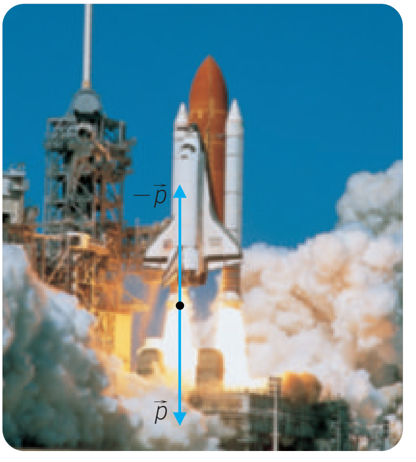
Es decir, tal y como sospechábamos inicialmente, tienen igual velocidad.

Entonces la respuesta correcta es la **a**.

59 Los cohetes (como los motores «a reacción») queman parte de su masa –de combustible– y expulsan a gran velocidad los gases de combustión en sentido opuesto al de la marcha. Explica la causa a partir de las leyes de Newton.

Los gases de combustión son «empujados» por el motor hacia el exterior, y, a su vez, estos «empujan» al cohete, que está unido al motor con una fuerza de igual módulo y dirección, y sentido opuesto (tercera ley de Newton).

Una explicación equivalente a partir de la conservación del momento lineal: los gases de combustión expulsados se llevan consigo un momento lineal $\vec{p}$, pero, como el momento lineal se tiene que conservar, al cohete «no le queda más remedio» que adquirir un momento lineal del mismo módulo y opuesto: $-\vec{p}$.



60 Halla el tiempo que tiene que estar actuando una fuerza constante de 15 N sobre una masa de 10 kg en reposo para que esta adquiera una velocidad de 30 m/s.

En el caso de fuerzas constantes, la segunda ley de Newton dice que:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ (suponiendo } m = \text{cte.)}$$

Despejamos Δt, sustituimos y operamos:

$$\Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F} = \frac{10\ \text{kg} \cdot 30\ \text{m/s}}{15\ \text{N}} = \mathbf{20\ s}$$

La fuerza debe estar actuando durante 20 s.

61 Una pelota de béisbol tiene una masa de 142 g y puede ser lanzada con una velocidad de 45 m/s. ¿Qué fuerza debe aplicarse para detener la pelota en tres décimas de segundo?

Detener la pelota significa conseguir que:

$$\Delta v = v_f - v_0 = 0 - v_0 = -v_0$$

Si suponemos que la fuerza es constante:

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}142\ \text{kg} \cdot \frac{-45\ \text{m/s}}{0{,}3\ \text{s}} = -\mathbf{21{,}3\ N}$$

El signo negativo indica que la fuerza actúa en sentido contrario a la velocidad.

62 Un bloque de plastilina de 50 g de masa choca perpendicularmente contra una pared a 30 m/s y se queda parado y adherido a ella; el proceso ha durado 60 ms.

a) Elige un sistema de referencia y escribe y representa los vectores momento lineal de la plastilina antes y después del choque.

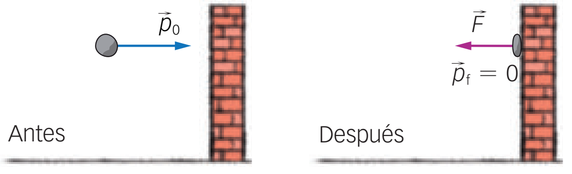
b) ¿Cuál ha sido la fuerza que ha ejercido la pared sobre la plastilina?

Ahora sustituyamos la plastilina por una pelota de tenis.

c) Dibuja y calcula los vectores momento lineal y calcula la fuerza sobre la pelota, suponiendo que no pierde velocidad en el rebote.

d) Repite el apartado anterior, pero suponiendo ahora que la pelota pierde en el choque un 10% de la velocidad inicial.

a)

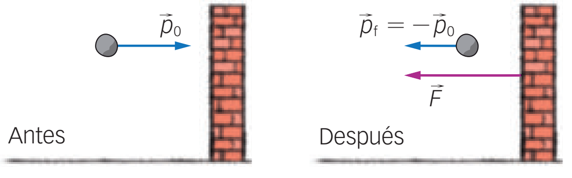


b) Si consideramos m constante (al menos aproximadamente):

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = 0{,}05\ \text{kg} \cdot \frac{0\ \text{m/s} - 30\ \text{m/s}}{0{,}06\ \text{s}} = -\mathbf{25\ N}$$

El signo negativo quiere decir que la fuerza tiene sentido opuesto a la velocidad inicial.

c)



La velocidad de la pelota se invierte (si despreciamos las pérdidas de energía por la deformación, la subida de temperatura de la pelota…) tras el choque: $\vec{p}_f = -\vec{p}_0$.

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = 0{,}05\ \text{kg} \cdot \frac{-30\ \text{m/s} - (+30\ \text{m/s})}{0{,}06\ \text{s}} = -\mathbf{50\ N}$$

La fuerza se duplica respecto al primer resultado en el apartado b, suponiendo que la colisión dura el mismo tiempo.

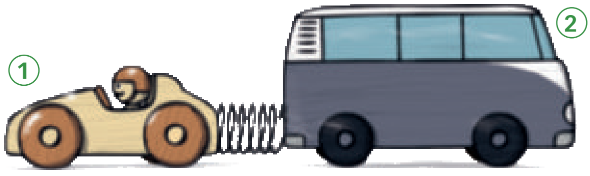
d) Si se pierde un 10% de velocidad en la colisión:

$$v_f = -\left(v_0 - \frac{1}{10} \cdot v_0\right) = -\frac{9}{10} \cdot v_0 = -\frac{9}{10} \cdot 30\ \text{m/s} = -27\ \text{m/s}$$

Sustituimos:

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = 0{,}05\ \text{kg} \cdot \frac{-27\ \text{m/s} - (+30\ \text{m/s})}{0{,}06\ \text{s}} = -\mathbf{47{,}5\ N}$$

63 Tenemos dos coches de juguete en reposo y entre ellos hay un muelle comprimido. Si la masa de uno es el doble que la del otro, $m_2 = 2 \cdot m_1$, al soltarlos, ¿con qué velocidades relativas salen?



Según la tercera ley de Newton, las fuerzas que ejercen uno sobre el otro son iguales y opuestas:

$$\vec{F}_{m_1 \text{ sobre } m_2} = -\vec{F}_{m_1 \text{ sobre } m_2} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}_{m_1}}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_{m_2}}{\Delta t}$$

Como la duración de la interacción es la misma en ambos juguetes: $\Delta\vec{p}_{m_1} = -\Delta\vec{p}_{m_2}$. Por tanto:

$$(p_{m_1})_{\text{final}} - (p_{m_1})_{\text{inicial}} = -\left[(p_{m_2})_{\text{final}} - (p_{m_2})_{\text{inicial}}\right]$$

$$(m_1 \cdot v_1)_{\text{final}} - (m_1 \cdot v_1)_{\text{inicial}} = -\left[(m_2 \cdot v_2)_{\text{final}} - (m_2 \cdot v_2)_{\text{inicial}}\right]$$

Como inicialmente los coches estaban en reposo, sus velocidades iniciales son cero:

$$m_1 \cdot (v_1)_{\text{final}} = -m_2 \cdot (v_2)_{\text{final}} \Rightarrow (v_1)_{\text{final}} = -\frac{m_2}{m_1} \cdot (v_2)_{\text{final}}$$

Como $m_2 = 2 \cdot m_1$, entonces:

$$(v_1)_{\text{final}} = -\frac{2 \cdot \cancel{m_1}}{\cancel{m_1}} \cdot (v_2)_{\text{final}} = -2 \cdot (v_2)_{\text{final}}$$

El juguete más ligero sale con el doble de velocidad y en sentido contrario que el juguete más pesado:

$$\boldsymbol{v_1 = -2 \cdot v_2}$$

64 Una partícula se mueve con un momento lineal de $10\,\vec{k}$ kg · m/s y, tras una interacción con otra, su momento cambia a $7\,\vec{i} + 12\,\vec{k}$ kg · m/s.

a) Calcula el vector variación del momento lineal, $\Delta\vec{p}$.

b) Calcula la intensidad de la fuerza sobre la partícula si la interacción duró una milésima de segundo.

a) La variación del momento lineal en la interacción es:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\text{final}} - \vec{p}_{\text{inicial}} = (7\,\vec{i} + 12\vec{k})\ \text{kg} \cdot \text{m/s} - (10\vec{k})\ \text{kg} \cdot \text{m/s} = \mathbf{(7\,\vec{i} + 2\vec{k})\ kg \cdot m/s}$$

b) Calculamos la intensidad de la fuerza sobre la partícula:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{(7\,\vec{i} + 12\vec{k})\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{10^{-3}\ \text{s}} = 7000\,\vec{i} + 2000\vec{k}\ \text{N}$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{(7000\ \text{N})^2 + (2000\ \text{N})^2} = \mathbf{7280\ N}$$

65 Un proyectil de 900 g lanzado durante una sesión de fuegos artificiales explota a 300 m de altura, cuando su velocidad es vertical y ascendente de 80 km/h. Se divide en dos fragmentos. Uno de estos fragmentos, de 600 g, continúa subiendo con $v = 100$ km/h.

a) ¿Cuál es la velocidad del otro fragmento?

b) ¿Hacia dónde se mueve?

Al ser todos los desplazamientos en vertical, se puede resolver en una sola dimensión. Usaremos el principio de conservación del momento lineal.

$$v_0 = 80\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}} = 22{,}\widehat{2}\text{ m/s}$$

$$v_{\text{fA}} = 100\frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\text{ m}}{1\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\cancel{\text{h}}}{3600\text{ s}} = 27{,}\widehat{7}\text{ m/s}$$

Veamos los módulos de los momentos lineales.

$$\overbrace{p_0}^{\text{Antes}} = \overbrace{p_{\text{fA}} + p_{\text{fB}}}^{\text{Después}}$$

$$p_0 = M \cdot v_0 = 0{,}9\text{ kg} \cdot 22{,}\widehat{2}\text{ m/s} = 20\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_{\text{fA}} = 0{,}6\text{ kg} \cdot 27{,}7\text{ m/s} = 16{,}\widehat{6}\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Calculamos el módulo del momento lineal del segundo fragmento:

$$p_{\text{fB}} = p_0 - p_{\text{fA}} = (20 - 16{,}\widehat{6})\text{ kg} \cdot \text{m/s} = 3{,}\widehat{3}\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

a) En este caso su velocidad será:

$$v_{\text{B}} = \frac{p_{\text{fB}}}{m_{\text{B}}} = \frac{3{,}\widehat{3}\ \cancel{\text{kg}} \cdot \text{m/s}}{(0{,}9 - 0{,}6)\ \cancel{\text{kg}}} = 11{,}\widehat{1}\text{m/s} = 11{,}\widehat{1}\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}} \cdot \frac{3600\ \cancel{\text{s}}}{1\text{h}} \cdot \frac{1\text{km}}{1000\ \cancel{\text{m}}} = \mathbf{40\ km/h}$$

b) Al resultar un número positivo, la componente es **hacia arriba**.

66 Dos patinadores sobre hielo se dirigen uno contra otro a lo largo de una línea recta con igual velocidad y, tras chocar, quedan abrazados.

a) ¿Qué pasaría si tuvieran la misma masa?

b) Si tras la colisión se mueven juntos a 0,1 m/s a lo largo de la dirección inicial, ¿qué significa eso?

a) Ambos patinadores tienen igual masa, $m_2 = m_1 = m$, y se dirigen el uno hacia el otro con igual velocidad y sentido opuesto, $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$. Se conserva el momento lineal:

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$

$$(\vec{p}_{\text{m}_1} + \vec{p}_{\text{m}_2})_{\text{inicial}} = (\vec{p}_{\text{m}_1+\text{m}_2})_{\text{final}}$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}$$

$$m \cdot \vec{v}_1 + m \cdot (-\vec{v}_1) = 2 \cdot m \cdot \vec{v}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v} = 0$$

Es decir, los patinadores **se quedan quietos tras el choque**.

b) Si la velocidad final del conjunto es distinta de cero, eso es porque **las masas de los patinadores deben ser diferentes**.

67 La mano de una lanzadora de jabalina llega al momento del lanzamiento a una velocidad de 5 m/s y la jabalina sale a 28 m/s tras dar el brazo un impulso de 2 centésimas de segundo de duración. ¿Qué fuerza ha aplicado la atleta si la masa de la jabalina es de 0,8 kg?

Suponiendo que el atleta ejerce una fuerza constante sobre la jabalina durante el tiempo del lanzamiento, $\Delta t = 0{,}02$ s, se cumplirá:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

La velocidad antes del impulso es de 5 m/s, y la velocidad después del impulso es de 28 m/s. Sustituimos y calculamos el módulo de la fuerza:

$$|\vec{F}| = \frac{0{,}8\ \text{kg} \cdot (28\ \text{m/s} - 5\ \text{m/s})}{0{,}02\ \text{s}} = \mathbf{920\ N}$$

68 Una bola que se mueve en línea recta a 2 m/s choca contra otra de igual masa que estaba en reposo. Tras el choque, la que antes estaba en reposo se mueve a 1 m/s en una dirección que forma un ángulo de 30º con la dirección de movimiento de la primera. Calcula:

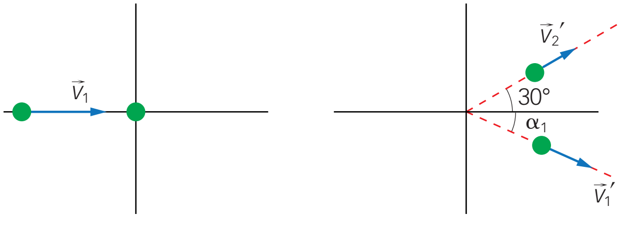
a) La velocidad y dirección de la primera bola tras el choque.

b) El módulo del vector variación de la velocidad de cada partícula.

a) En la colisión se conserva la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$$

Para poder continuar, fijamos un sistema de referencia como en la figura y descomponemos cada vector en sus componentes. La igualdad vectorial queda así:



$$\left.\begin{array}{r} p_{1x} = p'_{1x} + p'_{2x} \\ 0 = p'_{1y} + p'_{2y} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} p_1 = p'_1 \cdot \cos\alpha_1 + p'_2 \cdot \cos\alpha_2 \\ 0 = p'_1 \cdot \text{sen}\,\alpha_1 + p'_2 \cdot \text{sen}\,\alpha_2 \end{array}\right\}$$

Como $p = m \cdot v$, y además las dos bolas tienen la misma masa, podemos escribir el sistema anterior en función solo de las velocidades:

$$\left.\begin{array}{r} v_1 = v'_1 \cdot \cos\alpha_1 + v'_2 \cdot \cos\alpha_2 \\ 0 = v'_1 \cdot \text{sen}\,\alpha_1 + v'_2 \cdot \text{sen}\,\alpha_2 \end{array}\right\}$$

Conocemos $v_1 = 2$ m/s, $v'_2 = 1$ m/s y $\alpha_2 = 30º$. Al sustituir tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Resolvemos y conseguimos las incógnitas pedidas:

$$\alpha_1 \approx \mathbf{-23º\ 47'\ 38''} \text{ y } v'_1 = 1{,}2393\ \text{m/s} \simeq \mathbf{1{,}24\ m/s}$$

b) Calculamos el módulo del vector variación de la velocidad de cada partícula:

$$\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}\,'_1 - \vec{v}_1 = \left(v'_1 \cdot \cos\alpha_1 \vec{i} + v'_1 \cdot \text{sen}\,\alpha_1 \vec{j}\right) - v_1 \vec{i} = \left(v'_1 \cdot \cos\alpha_1 - v_1\right)\vec{i} + v'_1 \cdot \text{sen}\,\alpha_1 \vec{j}$$

$$\Delta\vec{v}_1 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\Delta\vec{v}_1| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \mathbf{1\ m/s}$$

$$\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}\,'_2 - \vec{v}_2 = \left(v'_2 \cdot \cos\alpha_2 \vec{i} + v'_2 \cdot \text{sen}\,\alpha_2 \vec{j}\right) - \vec{0}$$

$$\Delta\vec{v}_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right)\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\Delta\vec{v}_2| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \mathbf{1\ m/s}$$

69 Un reloj de arena tiene una masa de 700 g cuando la arena se encuentra en el depósito inferior. Si ahora se le da la vuelta y se coloca sobre una balanza, ¿qué indicará la balanza mientras la arena está cayendo?

Por un lado, es cierto que mientras cae la arena su masa no contribuye al peso que registra la báscula, de modo que al empezar a caer la balanza registra un peso menor.

70 En el espacio exterior actúa sobre una roca de 5 kg una fuerza neta constante $20\vec{i} - 15\vec{j} + 60\vec{k}$ N durante un intervalo de 35 s. Si al final de este tiempo la velocidad de la roca llega a ser $12\vec{i} + 20\vec{j} - 30\vec{k}$ m/s, ¿cuál era la velocidad inicial?

Para aceleraciones constantes e intervalos de tiempo pequeños, podemos escribir la aceleración como:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Y expresar la segunda ley de Newton en función de la velocidad:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \cdot \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Calculamos la variación de la velocidad:

$$\Delta\vec{v} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta t}{m} \Rightarrow \Delta\vec{v} = \frac{\left(20\vec{i} - 15\vec{j} + 60\vec{k}\right)\text{N} \cdot 35\ \text{s}}{5\ \text{kg}} = 140\vec{i} - 105\vec{j} + 420\vec{k}\ \text{m/s}$$

Por tanto:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_{\text{final}} - \vec{v}_{\text{inicial}} \Rightarrow \vec{v}_{\text{inicial}} = \vec{v}_{\text{final}} - \Delta\vec{v}$$

Sustituimos los datos y tenemos que la velocidad inicial es:

$$\vec{v}_{\text{inicial}} = \left(12\vec{i} + 20\vec{j} - 30\vec{k}\right)\text{m/s} - \left(140\vec{i} - 105\vec{j} + 420\vec{k}\right)\text{m/s}$$

$$\vec{v}_{\text{inicial}} = \mathbf{-128\vec{i} + 125\vec{j} - 450\vec{k}\ m/s}$$